เอกสารแนวทางการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์

ชุดที่ 10 **ข้อสอบคณิตศาสตร์ระดับชาติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**
ประจำปี พ.ศ. 2551

เอกสารแนวทางการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10
ข้อสอบคณิตศาสตร์ระดับชาติ ประจำปี พ.ศ. 2551

ข้อ 1. ข้อใดมีผลลัพธ์เป็นจำนวนตรรกยะ

1) ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ
2) ผลต่างของจำนวนตรรกยะกับจำนวนอตรรกยะ
3) ผลคูณของจำนวนตรรกยะกับจำนวนอตรรกยะ
4) ผลหารของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ

ข้อ 2. จงพิจารณาขั้นตอนแสดงการหาคำตอบต่อไปนี้ $\sqrt[3]{-375}+\sqrt[3]{81}-\sqrt[3]{3}$

ขั้นตอนที่ 1 $\left(\sqrt[3]{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(3)}\right)+\left(\sqrt[3]{3\times3\times3\times3}\right)-\sqrt[3]{3}$

ขั้นตอนที่ 2 $\left(\sqrt[3]{(-5)^3\times3}\right)+\left(\sqrt[3]{(3)^3\times3}\right)-\sqrt[3]{3}$

ขั้นตอนที่ 3 $-5\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{3}$

ขั้นตอนที่ 4 $3\sqrt[3]{3}$

ขั้นตอนใดแสดงการหาคำตอบ**<u>ไม่ถูกต้อง</u>**

1) ขั้นตอนที่ 1
2) ขั้นตอนที่ 2
3) ขั้นตอนที่ 3
4) ขั้นตอนที่ 4

ข้อ 3. $\sqrt{36}+5\sqrt[3]{27}-\sqrt{25}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) 4
2) 8
3) 16
4) 26

ข้อ 4. ถ้า $x = 0.4,\ y = -0.3,\ z = -0.7$ แล้ว ค่าของ $(x + y) \div (y - z)$ เท่ากับข้อใด

1) 0.10

2) - 0.10

3) 0.25

4) - 0.25

ข้อ 5. $\frac{275}{101}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) 2.72277

2) 2.7227

3) 2.7227

4) 2.7227

ข้อ 6. $\sqrt[3]{\frac{216}{729}} - \sqrt{\frac{25}{64}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) $\frac{-1}{24}$

2) $\frac{-3}{5}$

3) $\frac{3}{5}$

4) $\frac{1}{24}$

ข้อ 7. ค่าของ $4.02 + 5.7 - 1.4$ เท่ากับข้อใด

1) 8.05

2) 8.32

3) 8.35

4) 8.32

ข้อ 8. ถ้า $n \neq 0$ ค่าของ $\dfrac{1}{n \times \dfrac{1}{n \times \dfrac{1}{n \times \frac{1}{n}}}}$ เท่ากับข้อใด

1) 1
2) n
3) n^2
4) $\frac{1}{n}$

ข้อ 9. วิโรจน์ซื้อชุดเครื่องเสียง ราคา 45,000 บาท ขายต่อให้นาวินได้ กำไร 20% นาวินใช้ไป 1 ปี แล้วขายต่อให้เสกสรร ขาดทุน 30% เสกสรรซื้อชุดเครื่องเสียงราคากี่บาท

1) 31,500
2) 37,800
3) 49,500
4) 54,000

ข้อ 10. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอกมีความสัมพันธ์กับความยาวรัศมีของฐานและความสูงของทรงกระบอกนั้น

ข. ถ้าต่อความยาวของทรงกระบอกให้เป็นสามเท่าของความยาวเดิม แล้วพื้นที่ผิวข้างย่อมเป็นสามเท่าของพื้นที่ผิวข้างเดิม

ข้อใดถูกต้อง

1) ข้อ ก. ถูกแต่ข้อ ข. ผิด
2) ข้อ ก. ผิดแต่ข้อ ข. ถูก
3) ข้อ ก. และข้อ ข. ถูก
4) ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

ข้อ 11. พื้นที่ผิวทั้งหมดของลูกบาศก์ลูกหนึ่งเท่ากับ 864 ตารางเซนติเมตร ลูกบาศก์นี้มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

1) 144
2) 864
3) 1,296
4) 1,728

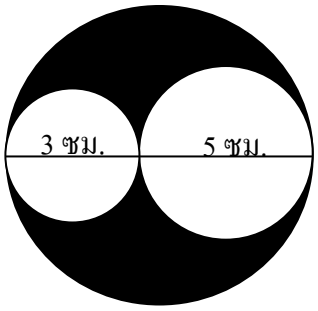
ข้อ 12. ทรงกระบอกสูง 21 เซนติเมตร เส้นผ่านจุดศูนย์กลางฐานยาว 14 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวข้างเป็นกี่ตารางเซนติเมตร

1) 924
2) 1,078
3) 1,232
4) 1,848

ข้อ 13. ยุ้งฉางข้าวรูปทรงสี่เหลี่ยมวัดภายในกว้าง 6 เมตร ยาว 12 เมตร สูง 2.5 เมตร จะจุข้าวได้กี่เกวียน (1 เกวียน = 2,000 ลิตร)

1) 100
2) 90
3) 80
4) 70

ข้อ 14.



จากรูปพื้นที่ส่วนที่แรเงาประมาณกี่ตารางเซนติเมตร ($\pi \approx 3.14$)

1) 11.79
2) 21.43
3) 23.55
4) 47.14

ข้อ 15. เหล็กทรงกลมตันรัศมี 12 นิ้ว นำมาหลอมทำเป็นทรงกลมตันสามลูก ลูกที่หนึ่งรัศมี 6 นิ้ว ลูกที่สองรัศมี 10 นิ้ว ลูกที่สามจะมีรัศมียาวกี่นิ้ว

1) 4
2) 5
3) 6
4) 8

ข้อ 16. กรวยอันหนึ่งมีปริมาตร 48π ลูกบาศก์เซนติเมตรและมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 8 เซนติเมตร กรวยใบนี้สูงกี่เซนติเมตร

1) 6
2) 7
3) 8
4) 9

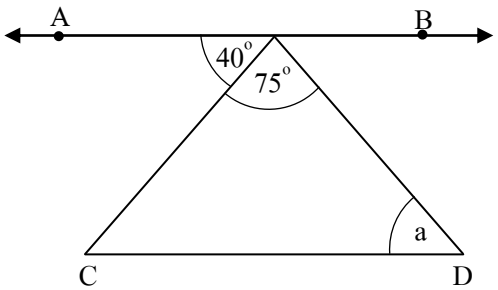
ข้อ 17. ทรายอยู่ในกระบะทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 5 เมตร ยาว 7 เมตร สูง 1 เมตร ใช้รถทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 1.5 เมตร ยาว 2 เมตร สูง 0.5 เมตร จะต้องขนทรายจากกระบะกี่เที่ยวจึงจะหมด

1) 25
2) 24
3) 23
4) 22

ข้อ 18. การเคลื่อนของเด็กเล่นกระดานลื่นเกิดการแปลงทางเรขาคณิตแบบใด

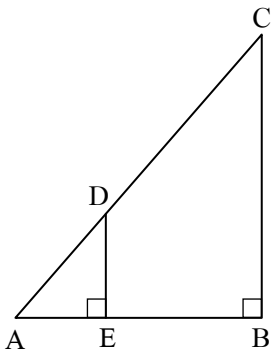
1) การหมุน
2) การสะท้อน
3) การย่อ – ขยาย
4) การเลื่อนขนาน

ข้อ 19. ถ้า $\overline{AB}//\overline{CD}$ แล้ว a มีค่ากี่องศา



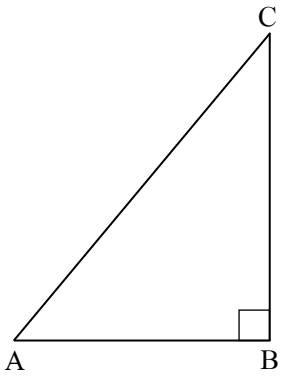
1) 35
2) 45
3) 55
4) 65

ข้อ 20. จากรูป $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ ถ้า AE = 4 หน่วย BE = 8 หน่วย และ AD = 6 หน่วย แล้ว DC ยาวกี่หน่วย



1) 9
2) 10
3) 12
4) 18

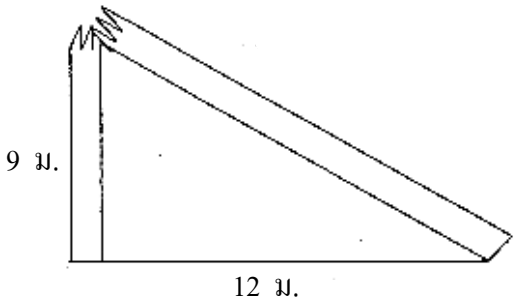
ข้อ 21.



จากรูป AB = 20 เซนติเมตร BC = 24 เซนติเมตร AC ยาวประมาณกี่เซนติเมตร (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

1) 29
2) 31
3) 35
4) 44

ข้อ 22. เสาไฟต้นหนึ่งหัก ณ จุดที่สูงจากพื้น 9 เมตร และยอดเสาไฟฟ้าห่างโคนเสา 12 เมตร ดังรูป เดิมเสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร

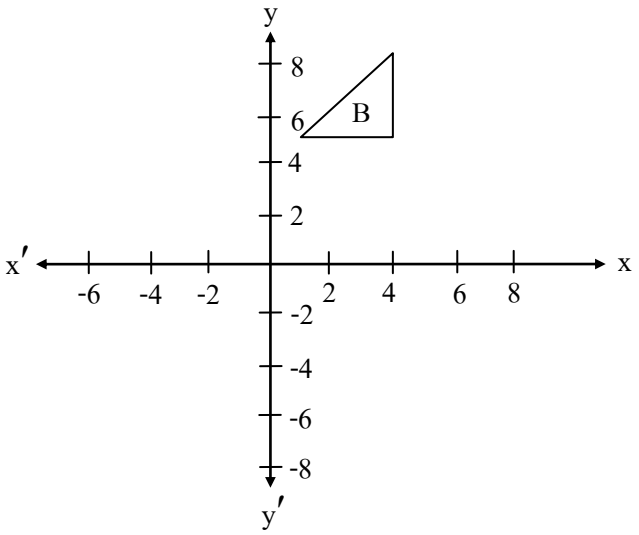


1) 15
2) 21
3) 24
4) 30

ข้อ 23. ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
3) รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
4) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ข้อ 24. ข้อใดเป็นพิกัดที่เกิดจากการสะท้อนภาพ B บนแกน X



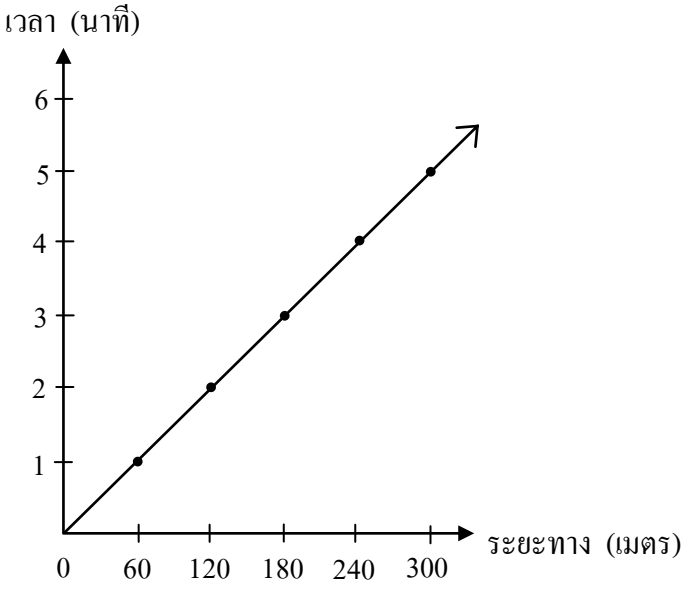
1) (1, -5), (4, -5), (4, 8)

2) (1, -5), (4, -5), (4, -8)

3) (-1, 5), (-4, 5), (-4, 8)

4) (-1, -5), (-4, -5), (-4, -8)

ข้อ 25. กราฟแสดงความสัมพันธ์ของระยะทางการเดินกับเวลาที่ใช้เดินของสมหญิงเป็นดังนี้



สมหญิงเดินได้ระยะทาง 210 เมตร จะใช้เวลากี่นาที

1) $3\frac{1}{4}$

2) $3\frac{1}{3}$

3) $3\frac{1}{2}$

4) $3\frac{2}{3}$

ข้อ 26. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ $2x + \frac{5}{2} \geq 1$

1) $x \geq -\frac{3}{4}$

2) $x \geq -\frac{3}{2}$

3) $x \geq -1$

4) $x \geq -2$

ข้อ 27. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ $-2 < 2x + 1 \leq 3$

1) $-\frac{1}{2} < x \leq 2$

2) $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

3) $-2 < x \leq \frac{1}{2}$

4) $-\frac{3}{2} < x \leq 1$

ข้อ 28. ถ้า (a, b) เป็นคำตอบของระบบสมการ $y = 5x + 23$ และ $x - 2y + 1 = 0$ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าไร

1) 7

2) 1

3) - 7

4) - 1

ข้อ 29. คู่อันดับในข้อใดสอดคล้องกับระบบสมการ $\frac{5}{2}x - \frac{1}{3}y = 3$ และ $0.5x + 0.2y = 2.2$

1) $(-2, 16)$

2) $(6, -4)$

3) $(4, 21)$

4) $(2, 6)$

ข้อ 30. แพรใจมีเหรียญสิบบาทน้อยกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 20 เหรียญ จำนวนเหรียญทั้งสองชนิดคิดเป็นเงิน 475 บาท แพรใจมีเหรียญทั้งสองชนิดรวมกันกี่เหรียญ

1) 70

2) 65

3) 45

4) 33

ข้อ 31. เส้นตรง $y = mx + 3$ ผ่านจุด (-1, -2) ค่าของ m เท่ากับข้อใด

1) 5

2) 4

3) - 4

4) - 5

ข้อ 32. กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ สมการของกราฟในข้อใด ผ่านจุดกำเนิด

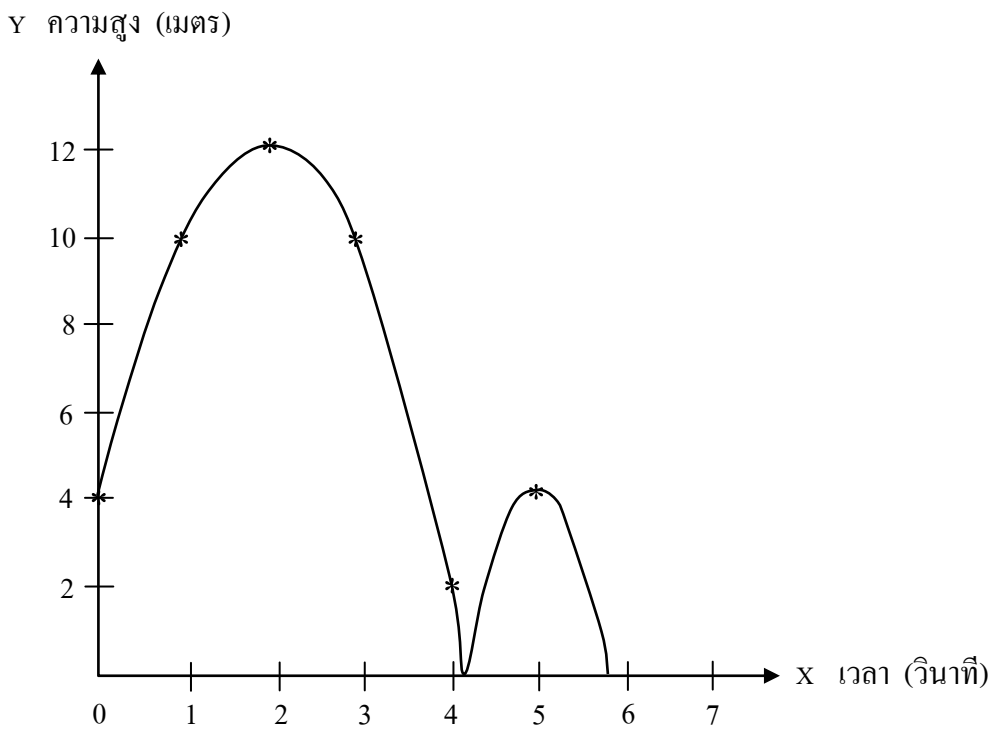
1) $2y - x = 3$

2) $y + 2x = 0$

3) $y = x + 1$

4) $x = y - 5$

ข้อ 33. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลากับความสูงจากการโยนลูกบอล



จากกราฟ เมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาทีและ 5 วินาที ลูกบอลอยู่สูงจากพื้นดิน a เมตร และ b เมตร ตามลำดับแล้ว $a + b$ เท่ากับกี่เมตร

1) 12

2) 13

3) 14

4) 15

ข้อ 34. สมชายทดลองหาความยาวของลวดสปริงอันหนึ่งที่แขวนอยู่โดยใช้ตุ้มน้ำหนักถ่วงเพิ่มขึ้นครั้งละ 20 กรัม ถึง 100 กรัม บันทึกผลการทดลองดังนี้

น้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก (กรัม)	**ความยาวของลวดสปริง (เซนติเมตร)**
0	1.5
20	3.0
40	4.5
60	6.0
80	7.5
100	9.0

ถ้าถ่วงตุ้มน้ำหนักเป็น 50 กรัม ความยาวของลวดสปริงเป็นกี่เซนติเมตร

1) 4.75
2) 5.00
3) 5.25
4) 5.75

ข้อ 35. ในทางสถิติข้อความใดต่อไปนี้**<u>ไม่ถูกต้อง</u>**

1) การสอบถามความนิยมในการใช้สินค้าควรใช้ฐานนิยมในการหาค่ากลาง
2) อันตรภาคชั้นเปิดคืออันตรภาคชั้นที่เราทราบความกว้างของอันตรภาคชั้น
3) ในการวัดค่ากลางของข้อมูล โดยค่าเฉลี่ยเลขคณิตต้องใช้ข้อมูลทุกตัวมาคำนวณ
4) ตารางแจกแจงความถี่ต้องมีความกว้างเท่ากันทุก ๆ อันตรภาคชั้นหรือไม่เท่ากันทุกอันตรภาคชั้นก็ได้

ข้อ 36. กำหนดข้อมูล 2, 5, 5, 12, 13, 14, 16, 17 ข้อความในข้อใดกล่าวถูกต้อง

1) ฐานนิยมมีค่ามากที่สุด
2) มัธยฐานมีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต
3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าเท่ากับมัธยฐาน
4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่ามากกว่าฐานนิยม

ข้อ 37. นักเรียนจำนวน 4 คน มีอายุ 10, 14, 11, 15 ปี ตามลำดับ และมีฝาแฝดอีก 2 คน อายุเฉลี่ยของเด็กกลุ่มนี้เป็น 13 ปี ฝาแฝดทั้ง 2 คนมีอายุรวมกันกี่ปี

1) 28
2) 26
3) 24
4) 22

ข้อ 38. จำนวนผู้ป่วยยาเสพติดประเภทสุราตั้งแต่ปีงบประมาณ 2545 – 2549 จำแนกตามเพศ

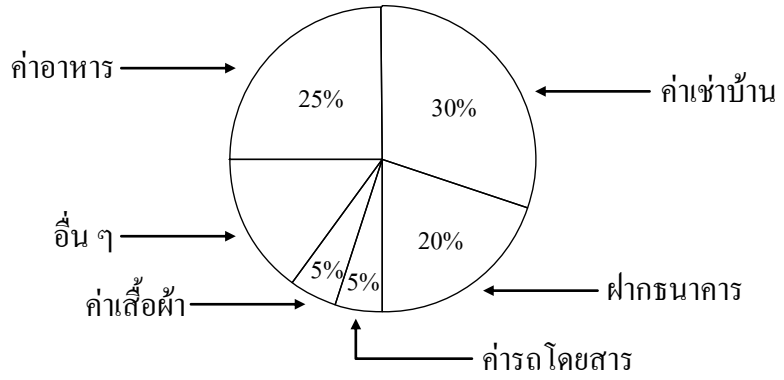
ปีงบประมาณ	จำนวนผู้เสียชีวิต (คน)		
	รวม	ชาย	หญิง
2545	932	825	107
2546	1,055	957	98
2547	1,693	1,494	199
2548	1,698	1,499	190
2549	1,531	1,234	297

ที่มา : สถาบันธัญญารักษ์ กรมการแพทย์

นักเรียนคิดว่าควรจะนำเสนอข้อมูลแบบใด จึงจะเหมาะสมที่สุด

1) แผนภูมิรูปภาพกับแผนภูมิแท่ง
2) แผนภูมิรูปวงกลมกับกราฟเส้น
3) แผนภูมิแท่งกับกราฟเส้น
4) กราฟเส้นกับแผนภูมิรูปภาพ

ข้อ 39. แผนภูมิวงกลมแสดงรายจ่ายของเดือนมกราคมของพนักงานคนหนึ่งที่ได้รับเงินเดือน 11,000 บาท



รายจ่ายค่าเสื้อผ้าน้อยกว่าค่าอาหารคิดเป็นเงินกี่บาท

1) 2,200
2) 2,300
3) 2,400
4) 2,500

ข้อ 40. ในการสุ่มหยิบตัวเลข 2 ตัว โดยหยิบทีละตัวแล้วใส่คืนจากกล่องที่มีตัวเลข 0 1 2 และ 3 อยู่อย่างละตัว โดยให้การหยิบครั้งที่หนึ่งเป็นเลขหลักหน่วย ครั้งที่สองเป็นเลขหลักสิบ ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนเต็มที่เป็นเลขสองหลักเท่ากับข้อใด

1) 0.25
2) 0.56
3) 0.75
4) 1.00

เอกสารศึกษาประกอบการอบรมครูทางไกล

หลักสูตรที่ 3 เรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนจำนวนและการดำเนินการ ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

แนวความคิดหลัก

จำนวนและการดำเนินการเป็นสาระคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์และการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ผู้ที่มีความสามารถด้านจำนวนและการดำเนินการและมีความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) ที่ดี มักเป็นผู้ที่สามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ การพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับจำนวนประเภทต่าง ๆ และการพัฒนาทักษะการใช้การดำเนินการของจำนวนจึงเป็นสิ่งจำเป็น ในหลักสูตรที่ 1 และ 2 ได้กล่าวถึงเนื้อหาเรื่องจำนวนและการดำเนินการโดยเน้นที่ความคิดรวบยอดและเนื้อหาที่เป็นสาระสำคัญของจำนวนและการดำเนินการ ในหลักสูตรที่ 3 นี้จะได้กล่าวถึงกิจกรรมและลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สามารถใช้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องจำนวนและการดำเนินการ รวมทั้งความรู้สึกเชิงจำนวน ซึ่งมุ่งเน้นให้นักเรียนเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำกิจกรรม นักเรียนจะได้ฝึกการคิดและฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เพื่อให้สามารถนำความรู้และประสบการณ์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กิจกรรมที่นำมาใช้ในหลักสูตรนี้มีที่มาหลากหลายทั้งจากหนังสือเรียนที่ผู้สอนสามารถเข้าถึงได้ง่าย จากเหตุการณ์รอบ ๆ ตัวนักเรียน และจากสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งจุดประสงค์ของการใช้กิจกรรมเหล่านี้เพื่อแสดงตัวอย่างให้ผู้เข้ารับการอบรมเห็นว่า การพัฒนาความรู้และทักษะและกระบวนการในเรื่องจำนวนและการดำเนินการ สามารถทำได้ง่ายโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเป็นเครื่องมือ ประกอบกับการให้ความช่วยเหลือและการใช้คำถามง่าย ๆ แต่สามารถกระตุ้นการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนได้ ซึ่งวิทยากรควรชี้แจงและทำความเข้าใจกับผู้เข้ารับการอบรมถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดนี้

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เข้ารับการอบรม

1. ได้รับความรู้ ความเข้าใจ แนวคิด และแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องจำนวนและการดำเนินการโดยเน้นการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. ได้ฝึกทักษะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในเรื่องการเลือกข้อมูลหรือสถานการณ์ การออกแบบ และการดำเนินการจัดกิจกรรม ตลอดจนการใช้คำถามเพื่อสร้างและขยายความรู้ให้กับนักเรียน

ความรู้พื้นฐาน

1. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ
2. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้าน
   1) การแก้ปัญหา
   2) การให้เหตุผล
   3) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   4) การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น
   5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้สึกเชิงจำนวน

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

ครูคณิตศาสตร์บางท่านมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องจำนวนและการดำเนินการ ดังนี้

1. เข้าใจว่าจำนวนและการดำเนินการเป็นเรื่องของเนื้อหาสาระ และขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยบทนิยาม กฎ สูตรมากมาย จึงสอนสิ่งเหล่านี้ด้วยการอธิบายเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหามากที่สุด จากนั้นจึงค่อย ๆ ให้ตัวอย่างและวิธีการนำไปใช้ ซึ่งที่จริงแล้วแม้จะเป็นเนื้อหา แต่ครูสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนทำเพื่อเรียนรู้เนื้อหาผ่านกิจกรรมได้ ซึ่งนักเรียนจะได้พัฒนาทักษะและกระบวนการ และเรียนรู้เนื้อหาผ่านการทำกิจกรรม

2. เข้าใจว่าความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นเรื่องที่ต้องสอนและฝึกเฉพาะเมื่อสอนเนื้อหาเรื่องจำนวนและการดำเนินการ หรือเป็นเนื้อหาที่แยกสอนเดี่ยว ๆ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง แท้ที่จริงแล้วความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นความรู้สึกหรือสำนึกที่เกี่ยวข้องกับจำนวน ที่สามารถฝึกได้ตลอดเวลาในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ใด ๆ ทั้งเรื่องจำนวนและการดำเนินการ และเนื้อหาอื่น ๆ

กิจกรรมที่ 1

สาระสำคัญของกิจกรรม

กิจกรรมนี้เป็นตัวอย่างของสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ไม่สามารถใช้ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคยแก้ปัญหาได้โดยง่าย แต่ต้องใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนประกอบการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล รวมทั้งต้องใช้การวิเคราะห์ว่าผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้สอดคล้องหรือสมเหตุสมผลกับความเป็นจริงหรือไม่ ลักษณะของกิจกรรมจึงส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โดยครูสามารถตั้งประเด็นคำถามที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่อง

จุดประสงค์

เพื่อให้นักเรียน

1. ใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนประกอบการคิดและให้เหตุผล
2. เชื่อมโยงความรู้เรื่องสัดส่วนไปใช้ในการแก้ปัญหา

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรม “ผิดตรงไหน”

วิธีดำเนินกิจกรรม

1. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมผิดตรงไหน โดยใช้ใบกิจกรรมที่ 1 โดยอาจทำเป็นคู่หรือทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 5 คน

2. ครูแนะให้นักเรียนใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนประกอบการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่า ถ้าคนงานเพิ่มขึ้น ข้าวสารปริมาณเท่าเดิมจะหมดเร็วขึ้นหรือช้าลง โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเหตุผล

3. ครูให้นักเรียนสังเกตการใช้ความรู้เรื่องสัดส่วนแก้ปัญหาของจุก แล้วตั้งประเด็นให้นักเรียนคิดว่า จุกทำผิดในขั้นตอนใด เพราะเหตุใด

4. ครูถามคำถามท้าทายให้นักเรียนคิด เช่น ปัญหานี้สามารถใช้ความรู้เรื่องสัดส่วนแก้ได้หรือไม่ ถ้าไม่ได้ จะใช้ความรู้เรื่องใดช่วย และทำอย่างไร แต่ถ้าได้จะทำอย่างไรจึงจะถูกต้อง ซึ่งจะต้องเป็นวิธีคิดและคำนวณที่แตกต่างจากสิ่งที่จุกและกุ้งทำ ในกระบวนการนี้ ครูอาจต้องถามคำถามแนะให้นักเรียนได้คิดเป็นขั้นตอนอย่างต่อเนื่อง เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง

5. เมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้อง ครูอาจถามขยายความคิดว่าปัญหานี้แตกต่างจากปัญหาที่นักเรียนเคยทำมาอย่างไร และมีข้อควรระวังในการใช้ความรู้เรื่องสัดส่วนแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง

ใบกิจกรรมที่ 1

จุก : มานะมีข้าวสารอยู่จำนวนหนึ่ง ถ้าหุงข้าวจำนวนนี้ให้คนงาน 28 คน จะกินได้นาน 36 วัน ถ้าหุงให้คนงาน 42 คน ข้าวสารจำนวนนี้จะกินได้นานกี่วัน

กุ้ง : โจทย์ข้อนี้ถ้าใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนและความเป็นจริงตามธรรมชาติ คำตอบที่ได้ควรน้อยกว่า 36 วัน ใช่หรือเปล่าล่ะจุก

จุก : ใช่ จุกก็คิดเหมือนกันนั่นแหละ แต่เมื่อจุกคำนวณโดยใช้สัดส่วน คำตอบกลับไม่เป็นอย่างที่คิด

กุ้ง : ขอดูที่จุกคิดหน่อยได้ไหม

จุก : อ้อ ! จุกเตรียมมาให้พร้อมเลย เอ้า ! กุ้งดูซิจ๊ะว่าจุกผิดที่ไหนและผิดอย่างไร เริ่มจาก ให้คนงาน 42 คน กินข้าวได้นาน x วัน

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้ $\frac{x}{42} = \frac{36}{28}$

จะได้ $x \times 28 = 42 \times 36$

$x = \frac{42 \times 36}{28}$

ดังนั้น $x = 54$

นั่นคือ คนงาน 42 คน จะกินข้าวได้นาน 54 วัน

กุ้ง : น่าฉงนจังเลยจุก กุ้งดูตามที่จุกคิดก็เห็นด้วยกับจุก กุ้งก็จนปัญญาเหมือนกัน

นักเรียนช่วยจุกกับกุ้งคิดหน่อยว่า ทั้งสองคนคิดผิดตรงไหน

กิจกรรมที่ 2

สาระสำคัญของกิจกรรม

กิจกรรมนี้เน้นให้นักเรียนใช้ความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับจำนวนเต็มในรูปตัวแปรที่ยังไม่ระบุค่า ซึ่งมักเป็นอุปสรรคในการคิดของนักเรียนเนื่องจากไม่มีตัวเลขแสดงจำนวนเป็นตัวเปรียบเทียบ กิจกรรมนี้จึงเป็นตัวอย่างของการพัฒนาทักษะการเปรียบเทียบเชิงนามธรรม โดยใช้ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวนเต็มและความรู้สึกเชิงจำนวนประกอบการคิด นอกจากนี้ยังเป็นกิจกรรมที่แสดงถึงการเชื่อมโยงความรู้เรื่องการเปรียบเทียบจำนวนเต็มไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งนักเรียนอาจใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันได้หลายวิธี

จุดประสงค์

เพื่อให้นักเรียน

1. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
3. ใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

สื่อ / อุปกรณ์

1. ใบกิจกรรม “ใครมีเงินเท่าไร”

วิธีดำเนินกิจกรรม

1. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมใครมีเงินเท่าไร โดยใช้ใบกิจกรรมที่ 2 โดยให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละประมาณ 3 – 5 คน โดยครูแนะให้นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับเส้นจำนวนในการกำหนดตำแหน่งของ a และ b บนเส้นจำนวน เมื่อทราบตำแหน่งของ $a+3$ และ $b-4$

2. ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดเพื่อตอบคำถามข้อ 2 โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาเหตุผลในการอธิบายว่าใครมีเงินมากที่สุดและใครมีเงินน้อยที่สุด ซึ่งการให้เหตุผลอาจทำได้ยากกว่าปกติ เนื่องจากเป็นปัญหาที่ไม่ทราบค่าตัวตั้งต้น แต่ทราบปริมาณที่เพิ่มขึ้นและลดลง นักเรียนต้องใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงปริมาณมาประกอบการคิด

3. ในกระบวนการแก้ปัญหา ครูอาจต้องใช้คำถามแนะการคิดเป็นระยะ ๆ เพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนเต็มมาใช้ และเพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของข้อสรุปที่ได้

4. เมื่อนักเรียนได้คำตอบว่าใครมีเงินมากที่สุด และใครมีเงินน้อยที่สุดแล้ว การจะหาผลต่างของเงินของทั้งสองคนก็อาจเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียน เพราะจำนวนเงินของแต่ละคนเขียนแทนด้วยตัวแปรที่แตกต่างกัน เนื่องจากจำนวนเงินเดิมของแต่ละคนไม่เท่ากัน นักเรียนจึงต้องใช้ความคิดเชิงนามธรรมในการเปรียบเทียบจำนวนทั้งสองนี้ อย่างไรก็ตามในการหาคำตอบสำหรับแต่ละคำถาม อาจมีนักเรียนบางคนใช้วิธีการที่แตกต่างไปจากเฉลยและแนวคิดที่ให้ไว้ ครูจึงต้องเตรียมคิดไว้ล่วงหน้าว่าจะดำเนินการอย่างไรกับสิ่งที่อาจเกิดขึ้นนี้

5. เมื่อผู้เรียนได้คำตอบทุกข้อแล้ว ครูอาจถามคำถามให้นักเรียนวิเคราะห์ว่า การเปรียบเทียบจำนวนในกิจกรรมนี้ แตกต่างจากการเปรียบเทียบจำนวนที่นักเรียนเคยเรียนมาอย่างไรบ้าง และอาจถามคำถามขยายความคิดว่า ถ้าต้องการทราบว่าเดิมแต่ละคนมีเงินเท่าใด จะหาได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ใบกิจกรรมที่ 2

ใครมีเงินเท่าไร

1. กำหนดเส้นจำนวนและตำแหน่งของจำนวนเต็ม $a+3$ และ $b-4$ บนเส้นจำนวนดังนี้ (ความกว้างของแต่ละช่วงบนเส้นจำนวนเป็น 1 หน่วย)

ให้นักเรียนกำหนดจุดบนเส้นจำนวนที่แทน a และ b

2. ถ้าก้อง แก้ว และเก่ง มีเงินเป็นจำนวนต่าง ๆ กัน หลังจากก้องให้เงินน้องไปแล้ว 20 บาท แก้วได้รับเงินใช้หนี้จากเพื่อนมา 20 บาท และเก่งจ่ายค่าอาหารไป 40 บาท แล้วทำให้จำนวนเงินของทั้งสามคนเท่ากัน ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

   1) เดิมใครมีเงินมากที่สุด เพราะเหตุใด

   .....

   .....

   .....

   2) เดิมใครมีเงินน้อยที่สุด เพราะเหตุใด

   .....

   .....

   .....

   3) คนที่มีเงินมากที่สุด มีมากกว่าคนที่มีเงินน้อยที่สุดอยู่เท่าไร จงแสดงวิธีทำ

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

ใบกิจกรรมที่ 3

โรงเรียนของท่านกำหนดจัดงานปีใหม่ในช่วงวันหยุดเทศกาลปีใหม่ และมีการออกร้านขายของโดยกลุ่มสาระต่าง ๆ ซึ่งโรงเรียนมีเงินทุนให้ยืมกลุ่มละ 1,000 บาท ท่านได้มอบหมายให้นักเรียนในโรงเรียนของท่านวางแผนการออกร้านครั้งนี้ โดยต้องช่วยกันคิดว่าจะขายอะไร (เช่น แซนวิช ลูกชิ้นนึ่ง น้ำหวาน เป็นต้น) พร้อมทั้งเหตุผลการเลือกขายของชนิดนั้น จะตั้งชื่อร้านให้น่าสนใจว่าอย่างไร ใช้เงินลงทุนประมาณเท่าไร และขายอย่างไรโดยมีเงื่อนไขว่า ถ้าขายหมดทุกอย่าง จะต้องได้กำไรอย่างน้อย 30% ทั้งนี้ต้องไม่เป็นการขายที่มุ่งกำไรเกินควร

เมื่อกำหนดรายการสินค้าส่วนหนึ่งมาให้ ท่านคิดว่าท่านจะดำเนินการจัดกิจกรรมนี้อย่างไร จึงจะสามารถพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการให้นักเรียนได้

ตัวอย่างรายการสินค้า

ลำดับ	สินค้า	ราคาทุน
1.	หอยแมลงภู่	30 บาท ต่อ 1 กิโลกรัม
2.	หอยแครง	40 บาท ต่อ 1 กิโลกรัม
3.	ไข่นกกระทา	70 บาท ต่อ 100 ฟอง
4.	ลูกชิ้นปลา	80 บาท ต่อ 60 ลูก
5.	ลูกชิ้นเนื้อ	80 บาท ต่อ 60 ลูก
6.	ปูอัด	25 บาท ต่อ 10 ชิ้น
7.	ทูน่ากระป๋อง	32 บาท ต่อ 140 กรัม
8.	มายองเนส	82 บาท ต่อ 800 กรัม
9.	ขนมปังแผ่น	28 บาท ต่อ 20 แผ่น
10.	ซอสถั่วเหลือง	30 บาท ต่อ 1 ลิตร
11.	น้ำจิ้มเปรี้ยวหวาน	30 บาท ต่อ 1 ลิตร
12.	น้ำปลาขวดใหญ่	22 บาท ต่อ 700 มิลลิลิตร
13.	ไม้จิ้มอาหาร	15 บาท ต่อ 200 อัน
14.	ถุงใส ขนาด $4'' \times 6''$	35 บาท ต่อ 100 ถุง

ลำดับ	สินค้า	ราคาทุน
15.	ถ้วยโฟม	60 บาท ต่อ 100 ใบ
16.	น้ำอัดลม ขนาด 1.5 ลิตร	22 บาท ต่อ 1 ขวด
17.	น้ำหวานเข้มข้น	34 บาท ต่อ 1 ขวด
18.	น้ำแข็งยูนิค	4 บาท ต่อ 1 กิโลกรัม
19.	แก้วพลาสติก ขนาด 6.5 ออนซ์	50 บาท ต่อ 100 ใบ
20.	จานกระดาษ	30 บาท ต่อ 50 ใบ
21.	ถ้วยน้ำจิ้ม	22 บาท ต่อ 100 ใบ
22.	หลอดดูดน้ำพลาสติก	30 บาท ต่อ 100 หลอด
23.	พริกป่น	20 บาท ต่อ 1 ขีด
24.	มะนาว	4 บาท ต่อ 1 ลูก

หมายเหตุ ค่าเช่าเตาแก๊ส 100 บาท

ใบกิจกรรมที่ 4

ให้ท่านและเพื่อนในกลุ่มช่วยกันคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและการดำเนินการ เพื่อนำสถานการณ์และข้อมูลเหล่านั้นมาออกแบบกิจกรรมที่สามารถใช้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการให้กับนักเรียนของท่านได้ โดยอาจเป็นกิจกรรมที่ไม่ซับซ้อน แต่ส่งเสริมการคิด การใช้ความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนความรู้สึกเชิงจำนวน

เอกสารศึกษาประกอบการอบรมครูทางไกล

หลักสูตรที่ 3 เรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนพีชคณิตที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

แนวความคิดหลัก

ขอบข่ายของเนื้อหาพีชคณิตที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า การเป็นกรณีทั่วไปของเลขคณิต และโครงสร้างของระบบทางคณิตศาสตร์ ได้นำมากล่าวถึงในเรื่องเกี่ยวกับแบบรูป สมการ อสมการ พหุนามและระบบจำนวน ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เน้นการเรียนพีชคณิตเพื่อนำไปช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลายปัญหาแม้ว่าจะหาคำตอบด้วยวิธีการอย่างอื่นได้ แต่อาจมีความซับซ้อนในการอธิบาย และใช้เวลามาก แต่เมื่อแก้ปัญหานั้นโดยใช้พีชคณิตแล้วสามารถช่วยลดเวลา ช่วยให้เกิดความชัดเจน และตรวจสอบได้ง่ายกว่าการใช้วิธีการอื่น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับพีชคณิต สามารถสอดแทรกกิจกรรมที่สร้างเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้ครอบคลุมทั้งด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

วัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เข้ารับการอบรมสามารถ

1. อธิบายขอบข่ายของพีชคณิตได้
2. แก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้
3. จัดกิจกรรมสร้างเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับพีชคณิตได้

ความรู้พื้นฐาน

ตัวแปร แบบรูป สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการกำลังสอง อสมการ พหุนาม และการแยกตัวประกอบของพหุนาม

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

หลายคนเข้าใจว่า มีการนำตัวแปรมาใช้ในเรื่องสมการและอสมการเท่านั้น ที่ถูกต้องคือ มีการนำมาใช้ในขอบข่ายที่กว้างขวางกว่า เช่น นำมาใช้แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าในประโยคทางคณิตศาสตร์ การใช้อธิบายสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การใช้แทนพจน์ทั่วไปในแบบรูป

ใบความรู้
ขอบข่ายของพีชคณิต

1. พีชคณิตเป็นการใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า เช่น

1.1 ด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง ถ้าสมมติให้ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมยาวเท่ากับ x หน่วย จะได้ว่า ด้านยาวยาวเท่ากับ 2x หน่วย

1.2 คุณแม่ให้ลูกชายไปซื้อมังคุดมา 3 กิโลกรัม ลูกชายซื้อมังคุดกลับมา และจำไม่ได้ว่ามังคุดกิโลกรัมละเท่าไร แต่ทราบว่าให้ธนบัตรใบละ 100 บาท แล้วแม่ค้าทอนให้ 61 บาท คุณแม่อยากทราบว่ามังคุดกิโลกรัมละเท่าไร วิธีหนึ่งของการหาคำตอบปัญหานี้คือ การสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า คือสมมติให้มังคุดราคากิโลกรัมละ x บาท ซื้อ 3 กิโลกรัม เป็นเงิน 3x บาท ราคามังคุดรวมกับเงินทอนต้องเท่ากับจำนวนเงินที่จ่ายให้แม่ค้า นั่นคือจะได้สมการ $3x + 61 = 100$ เมื่อแก้สมการเพื่อหาค่าของ x และตรวจสอบคำตอบกับโจทย์ปัญหาก็จะได้คำตอบที่ต้องการ

การใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่านี้นักเรียนในชั้นเล็ก ๆ คุ้นเคยมาแล้วจากการใช้สัญลักษณ์อื่น ๆ ที่ไม่ใช่ตัวอักษร เช่น $3 + \square = 8$ ให้หาว่าจำนวนที่แทน $\square$ คือจำนวนใด

2. พีชคณิตเป็นการใช้ตัวแปรแทนจำนวนในสูตร กฎ หรือ ใช้แทนกรณีทั่วไป

2.1 สูตรต่าง ๆ เช่น สูตรการหาพื้นที่ สูตรการหาปริมาตร

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = (ความยาวของด้าน)^2 อาจแทนด้วย $A = s^2$

พื้นที่ของรูปวงกลม = πr^2 เมื่อ r เป็น ความยาวของรัศมีของรูปวงกลม

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง $\times$ ความยาว $\times$ ความสูง

อาจแทนด้วย $V = w \times l \times h$

2.2 พจน์ทั่วไปของแบบรูป เช่น

จำนวนคู่ 2, 4, 6, 8, ... พจน์ทั่วไป หรือพจน์ที่ n คือ $2n$

จำนวนคี่ 1, 3, 5, 7, ... พจน์ทั่วไป หรือพจน์ที่ n คือ $2n - 1$

2.3 สมการต่าง ๆ เช่น สมการเชิงเส้นสองตัวแปร $ax + by + c = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัวที่ไม่เป็น 0 พร้อมกัน x และ y เป็นตัวแปร มีกราฟเป็นเส้นตรง สมการกำลังสอง $y = ax^2 + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัวที่ $a \neq 0$ x และ y เป็นตัวแปร มีกราฟเป็นเส้นโค้งที่เรียกว่า “พาราโบลา”

3. พีชคณิตเป็นกรณีทั่วไปของเลขคณิต สมบัติต่าง ๆ ของจำนวน เช่น $2+3 = 3+2$; $\sqrt{7}+5 = 5+\sqrt{7}$; กล่าวคือ การบวกจำนวนจริงมีสมบัติสลับที่ เขียนแสดงเป็นกรณีทั่วไปได้ในรูป $a+b = b+a$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

สมบัติของการเท่ากัน : ถ้า $a = b$ แล้ว $a+c = b+c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

การเขียนแสดงโดยใช้ตัวแปรแทนจำนวนใด ๆ ทำให้เข้าใจง่าย ช่วยลดเวลาในการสื่อสาร

4. พีชคณิตเป็นโครงสร้างของระบบทางคณิตศาสตร์ พีชคณิตที่เรียกว่า **พีชคณิตนามธรรม** เป็นการศึกษาโครงสร้างของระบบที่ประกอบด้วย เซต และการดำเนินการทวิภาค เรียกว่า ระบบเชิงพีชคณิต ซึ่งระบบเชิงพีชคณิตแต่ละระบบมีสมบัติเฉพาะตัว เช่น

ระบบที่ประกอบด้วยเซตของจำนวนนับกับการคูณ มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม เรียกว่าระบบที่มีสมบัติเช่นนี้ว่า กึ่งกลุ่ม

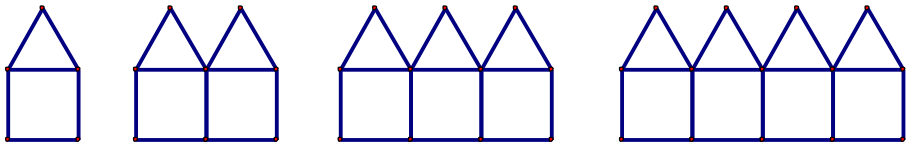
ระบบที่ประกอบด้วย เซตของจำนวนเต็มกับการบวก มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม มีสมาชิกเอกลักษณ์คือ 0 สมาชิกแต่ละตัวมีจำนวนตรงข้าม และมีสมบัติการสลับที่ เรียกว่าระบบที่มีสมบัติเช่นนี้ว่า กลุ่มสลับที่ ระบบที่ประกอบด้วย เซตของจำนวนจริงบวกกับการคูณมีสมบัติเป็นกลุ่มสลับที่ ด้วยเช่นกัน

ระบบเชิงพีชคณิตที่ประกอบด้วยเซต และการดำเนินการทวิภาคที่ต่างกัน อาจมีโครงสร้างเช่นเดียวกันก็ได้ การศึกษาพีชคณิตในเชิงโครงสร้างทำให้เข้าใจระบบทางคณิตศาสตร์ในมุมกว้าง

ขอบข่ายของพีชคณิตในระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย การใช้ตัวแปรแทนจำนวน แบบรูป สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการกำลังสอง อสมการ เอกนาม พหุนาม และการแยกตัวประกอบของพหุนาม รวมทั้งการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต

ใบกิจกรรมที่ 1
แบบรูปและสมการ

1. พิจารณาการวางไม้ขีดไฟ



บันทึกจำนวนไม้ขีดไฟได้ดังตาราง

รูปที่	1	2	3	4			n
จำนวน (อัน)	6	11	16				

ถ้าการวางไม้ขีดไฟยังคงดำเนินการในลักษณะเช่นนี้ต่อไป จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) รูปที่ 5 ใช้ไม้ขีดไฟกี่อัน
2) รูปที่ 6 ใช้ไม้ขีดไฟกี่อัน
3) รูปที่ 10 ใช้ไม้ขีดไฟกี่อัน
4) ท่านมีแนวคิดในการหาจำนวนไม้จิ้มฟันในรูปที่ n อย่างไร
5) รูปที่ n ใช้ไม้ขีดไฟกี่อัน
6) รูปที่เท่าไรใช้ไม้ขีดไฟ 56 อัน
7) รูปที่เท่าไรใช้ไม้ขีดไฟ 121 อัน
8) ท่านคิดว่าแบบรูปและสมการมีความเชื่อมโยงกันอย่างไร

.....

.....

2. ให้ท่านสร้างกิจกรรมทำนองเดียวกันกับข้างต้นนี้

…….....

…….....

…….....

…….....

ใบกิจกรรมที่ 2

1. ต้นและเตย

จงแก้ปัญหา "ต้นมีอายุมากกว่าเตย 4 ปี อีก 4 ปีข้างหน้าอายุของต้นและเตยจะรวมกันได้ 36 ปีพอดี ปัจจุบันต้นและเตยมีอายุคนละกี่ปี"

การตอบคำถามต่อไปนี้ จะช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน

1) ถ้าสมมติให้ปัจจุบันเตยมีอายุ x ปี ต้นจะมีอายุกี่ปี
2) อีก 4 ปีข้างหน้า ต้นและเตยจะมีอายุคนละกี่ปี
3) จากข้อมูลที่กำหนดให้ ข้อมูลที่แสดงความเท่ากันคืออะไร
4) จงเขียนสมการแสดงความเท่ากันของข้อมูล และแก้สมการ
5) คำตอบของปัญหาคืออะไร
6) ถ้าสมมติให้ปัจจุบันต้นมีอายุ y ปี เตยจะมีอายุกี่ปี
7) จงเขียนสมการแสดงความเท่ากันของข้อมูล และแก้สมการ
8) ได้คำตอบของปัญหาเท่าเดิมหรือไม่
9) การหาคำตอบของปัญหาด้วยวิธีการมากกว่าหนึ่งวิธีมีประโยชน์อย่างไร

.....

.....

2. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จงแก้ปัญหา "มุมมุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาด 54 องศา จงหาขนาดของอีกสองมุมที่เหลือ"

ให้ท่านสร้างคำถาม เพื่อช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างเป็นขั้นตอน และช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จงแก้ปัญหา "รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 60 ตารางหน่วย มีด้านกว้างสั้นกว่าความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 4 หน่วย และมีด้านยาวยาวกว่าความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 7 หน่วย จงหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส"

การตอบคำถามต่อไปนี้ จะช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน

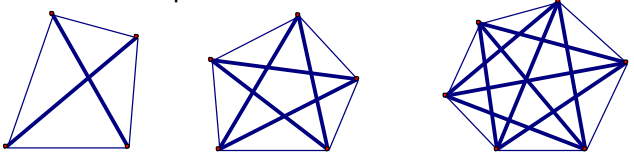
1) ควรสมมติตัวแปรแทนสิ่งใด
2) จากตัวแปรที่สมมติจะได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวด้านเท่าไรบ้าง
3) จากตัวแปรที่สมมติจะได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่เท่าไร
4) จากข้อมูลที่กำหนดในโจทย์ มีข้อมูลใดที่แสดงความสัมพันธ์เท่ากัน ซึ่งสามารถนำไปสร้างเป็นสมการได้
5) สมการที่ได้เป็นสมการลักษณะใด คำตอบของสมการน่าจะมีกี่คำตอบ
6) ควรเลือกใช้คำตอบใดจากสมการมาเป็นคำตอบของปัญหา และมีคำตอบเป็นเท่าไร
7) มีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบของปัญหา

.....

.....

2. เส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม

จงแก้ปัญหา "จงหาจำนวนเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม และรูปหลายเหลี่ยมใด ๆ"



ให้ท่านสร้างคำถาม เพื่อช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างเป็นขั้นตอน และช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 4

กำลังสองของจำนวนนับ

1. กำหนดจำนวนนับใด ๆ ยกกำลังสองของจำนวนนับนั้น แล้วสังเกตผลที่ได้
2. ให้สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติของกำลังสองของจำนวนนับใด ๆ แล้วแสดงการพิสูจน์ว่าข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริง

แนวคิด *(แนวคิดในการหาคำตอบข้างล่างนี้ อาจให้นักเรียนออกแบบและสร้างสรรค์เอง)*

1. ตารางบันทึกข้อมูลการสำรวจกำลังสองของจำนวนนับใด ๆ

จำนวนนับ	กำลังสอง	ข้อสังเกต
8	64	
13	169	

จำนวนนับ	กำลังสอง	ข้อสังเกต

2. กำลังสองของจำนวนนับที่เป็นจำนวนคู่ มีลักษณะเด่นอย่างไร

   ……

3. กำลังสองของจำนวนนับที่เป็นจำนวนคี่ มีลักษณะเด่นอย่างไร

   ……

4. ข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติของกำลังสองของจำนวนนับใด ๆ คือ

   ……

   ……

5. จงเขียนรูปทั่วไปของจำนวนคู่ (เขียนโดยใช้ตัวแปร) .....
6. จงเขียนรูปทั่วไปของจำนวนคี่ (เขียนโดยใช้ตัวแปร) .....
7. จงแสดงการพิสูจน์ว่าข้อความคาดการณ์ในข้อ 4 เป็นจริง

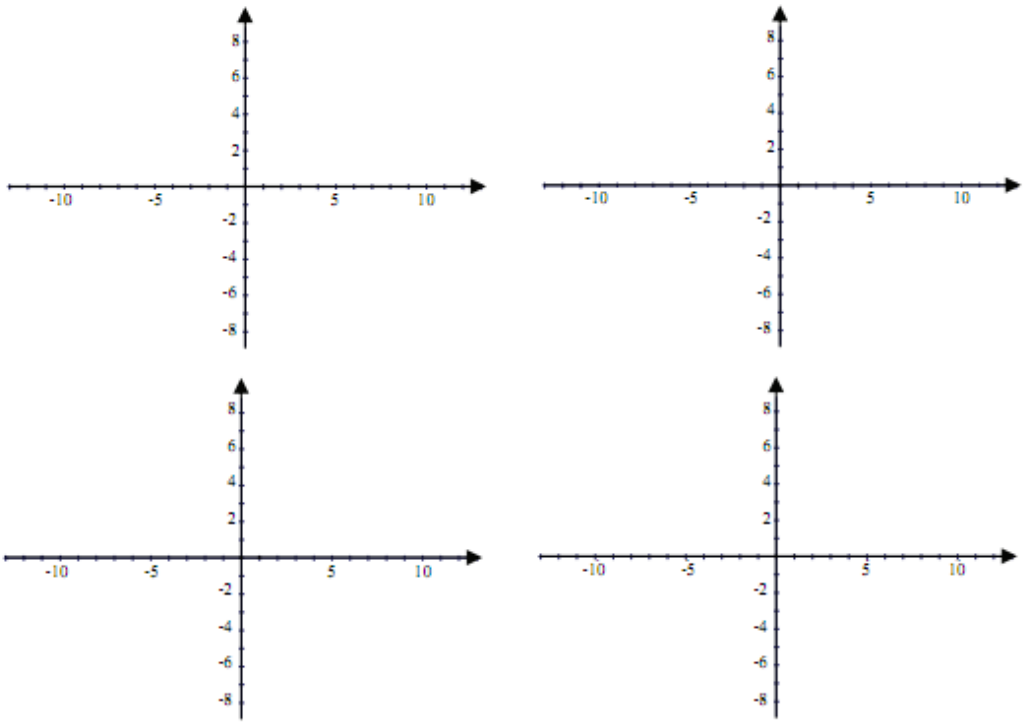
   ……

   ……

ใบกิจกรรมที่ 5

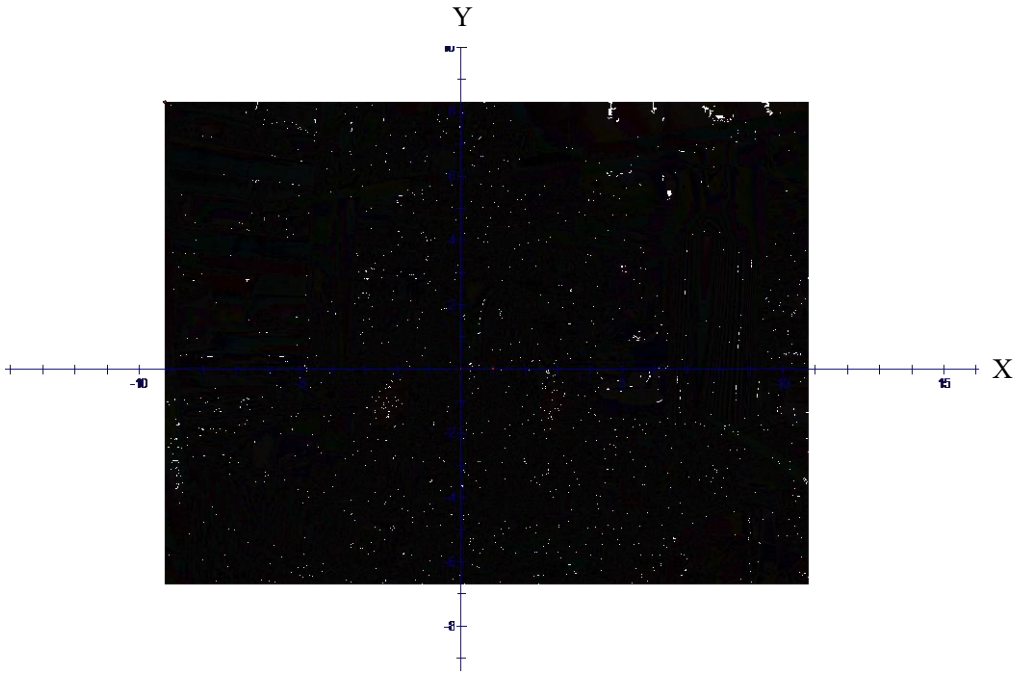
ตอนที่ 1 สำรวจกราฟของสมการกำลังสอง

1.1 ในการจัดกิจกรรมให้นักเรียนสำรวจลักษณะของ**กราฟของสมการกำลังสอง** $f(x) = ax^2 + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ ควรแบ่งเป็นกรณีต่าง ๆ กี่กรณี อะไรบ้าง



1.2 **กราฟของสมการกำลังสอง** $f(x) = ax^2 + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ มีลักษณะอย่างไรบ้าง

ตอนที่ 2 เขียนสมการที่มีกราฟสอดคล้องกับสายน้ำพุ



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้าใช้ตำแหน่งของจุดกำเนิด แกน X และแกน Y ที่กำหนดหน่วยให้ดังรูป จะได้สมการที่มีกราฟสอดคล้องกับสายน้ำพุเป็นอย่างไร
2. ถ้าไม่กำหนดตำแหน่งของจุดกำเนิด และหน่วยบนแกน X และแกน Y ให้สมการที่มีกราฟสอดคล้องกับสายน้ำพุของแต่ละคนจะเขียนได้เหมือนกันหรือไม่

เอกสารศึกษาประกอบการอบรมครูทางไกล

หลักสูตรที่ 3 เรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

แนวความคิดหลัก

ในบรรดาเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ที่มีส่วนช่วยพัฒนาทางด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ถือว่าสาระเรขาคณิตมีบทบาทสำคัญในการส่งเสริม และพัฒนาทักษะในด้านการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล ทั้งนี้เพราะสถานการณ์หรือปัญหาที่เกี่ยวกับเรขาคณิตมักมีลักษณะท้าทาย ชวนคิด มีระบบแบบแผน มีลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาชัดเจนและมีการให้เหตุผลอ้างอิง ซึ่งการเรียนรู้เหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งที่ฝึกให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหา ทำให้ได้ซึมซับการเป็นคนที่มีเหตุผล ยอมรับการกระทำที่มีความสมเหตุสมผลโดยไม่รู้ตัว ในการเรียนรู้เรขาคณิตนักเรียนมีโอกาสได้นำทฤษฎีบทและสมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิตไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันในงานวิชาการที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ทางเรขาคณิต ซึ่งมีส่วนทำให้นักเรียนมีทักษะในด้านการเชื่อมโยงและบูรณาการความรู้ ดังนั้นในการเรียนการสอนเรขาคณิตผู้สอนจึงควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ ควรให้นักเรียนได้รู้จักศึกษา สำรวจ สังเกตและเชื่อมโยงข้อมูล บันทึกข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ มีการตรวจสอบหรือให้เหตุผลยืนยันข้อสรุปที่ได้จากการคาดการณ์ ตลอดจนได้นำผลสรุปไปใช้

ในหลักสูตรที่ 1 ได้กล่าวถึงเนื้อหาสาระที่สำคัญหรือสาระทางเรขาคณิตที่นักเรียนมักมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน ซึ่งผู้สอนควรเน้นและย้ำในการเรียนการสอนเป็นพิเศษ ในหลักสูตรที่ 2 ได้แนะนำแนวคิดในการนำสาระต่าง ๆ ในหนังสือเรียนหรือคู่มือครูมาดำเนินกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน สำหรับหลักสูตรที่ 3 นี้จะได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นพัฒนาทางด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เข้ารับการอบรมได้เห็นแนวคิดในการสร้างกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิต ซึ่งกิจกรรมที่นำมาใช้เป็นตัวอย่างในหลักสูตรนี้มีหลากหลาย ทั้งที่เป็นกิจกรรมที่ได้แนะนำไว้ในหนังสือเรียนในคู่มือครูและจากแหล่งการเรียนรู้อื่น ๆ ที่ผู้สอนสามารถหาได้จากสิ่งแวดล้อมรอบตัวของนักเรียน ในชีวิตจริงผู้สอนสามารถนำประเด็นที่น่าสนใจจากแหล่งการเรียนรู้เหล่านั้นมาสร้างกิจกรรมให้เป็นปัญหา หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระทางเรขาคณิตที่เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน อาจใช้คำถามกระตุ้นให้คิดพร้อมให้เหตุผล หรือใช้คำถามต่อเนื่องเพื่อใช้คำตอบจากข้อคำถามเหล่านั้นนำไปสู่ข้อสรุป

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เข้ารับการอบรม

1. ได้รับความรู้ ความเข้าใจ มีแนวคิดและแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตที่มุ่งเน้นการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. ได้ฝึกทักษะในการเลือกโจทย์ปัญหาจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ มาปรับใช้เพื่อสร้างเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน
3. ได้ฝึกออกแบบสถานการณ์ การดำเนินกิจกรรม การใช้คำถามเพื่อสร้างเสริมประสบการณ์ทางด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตลอดจนการนำไปใช้

ความรู้พื้นฐาน

1. ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่การแปลงทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน สมบัติของรูปสามเหลี่ยม ความคล้าย และทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้าน
   1) การแก้ปัญหา
   2) การให้เหตุผล
   3) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   4) การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
   5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sence) ในการพิจารณารูปเรขาคณิตและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ทางเรขาคณิต

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

ตัวอย่างปัญหาที่มักพบในการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูโดยทั่ว ๆ ไป มีดังนี้

1. สอนโดยการให้นักเรียนจำสมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิตไปใช้เพื่อหาคำตอบหรือการคำนวณ โดยละเลยการเขียนอธิบายให้เหตุผล ทำให้นักเรียนขาดทักษะทางด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2. สอนโดยการให้นักเรียนจำสมบัติต่าง ๆ ทางเรขาคณิตอย่างไม่มีความเข้าใจ ทำให้ไม่สามารถนำสมบัติที่จำมาไปใช้ในการแก้ปัญหา และให้เหตุผลได้

3. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยครูเป็นผู้บอกความรู้อย่างเดียว ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการปฏิบัติที่ให้มีการสำรวจ สังเกต คาดการณ์ และให้เหตุผล ตลอดจนการเขียนอธิบายเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลและการอ้างอิงสมบัติต่างๆ ทางเรขาคณิต ทำให้นักเรียนขาดความเข้าใจเบื่อการเรียน อ่อนด้อยในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจำเป็นในการเป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ

ใบกิจกรรมที่ 1

สำรวจหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สาระสำคัญของกิจกรรม

กิจกรรมนี้เป็นตัวอย่างให้เห็นการเรียนการสอนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่นักเรียนสามารถสำรวจหาองค์ความรู้ได้ด้วยตัวเอง โดยผ่านกิจกรรมสำรวจหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ในกิจกรรมนี้ได้แสดงให้เห็นตัวอย่างการทำกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษา สำรวจ รวบรวมข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ และให้เหตุผลภายใต้พื้นฐานความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ พร้อมนำสมบัติที่ได้ไปใช้แก้ปัญหา

จุดประสงค์

เพื่อให้นักเรียน

1. เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกเรียนรู้วิธีการหาความรู้ด้วยตัวเอง
2. ได้ฝึกทักษะการนำความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการมาใช้ในการแก้ปัญหา
3. ได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

สื่อ / อุปกรณ์

1. แผ่นโปร่งใส สำรวจรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. ใบกิจกรรมสำรวจหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
3. แผ่นโปร่งใส สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
4. ใบงาน “ใช่หรือไม่” และเฉลยใบงาน “ใช่หรือไม่”

กำหนดเวลา 45 นาที

วิธีดำเนินกิจกรรม

1. ครูนำสนทนาเกี่ยวกับลักษณะของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว อาจนำแผ่นโปร่งใส สำรวจรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มีรูปสามเหลี่ยมลักษณะต่าง ๆ กัน มาให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีข้อสังเกตการเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วอย่างไร พร้อมใช้คำถามให้นักเรียนสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าถือว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วย

จากแผ่นโปร่งใส นักเรียนควรบอกได้ว่า รูป ค รูป จ และรูป ฉ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

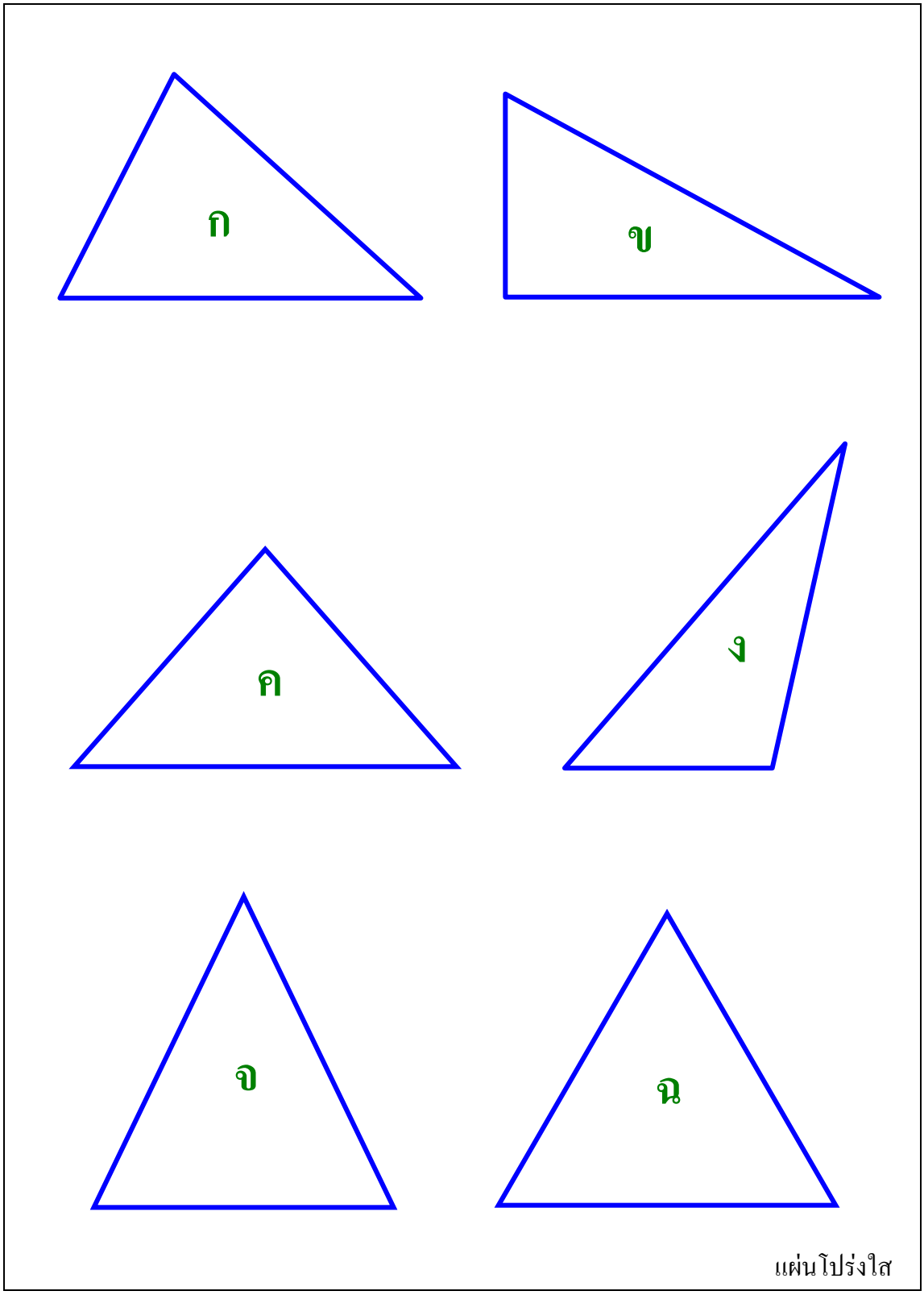
2. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยประมาณ 3 – 4 คน แล้วแจกใบกิจกรรมสำรวจหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดให้โดยใช้เวลาประมาณ 25 นาที

3. ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มมานำเสนอผลงานของกลุ่มประมาณ 2 กลุ่ม แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วทั้งหมดที่หาได้จากกิจกรรมนี้

ครูใช้แผ่นโปร่งใสสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สรุปสมบัติทั้งหมดที่นักเรียนทราบ และที่ได้จากกิจกรรมนี้เป็นภาพรวมอีกครั้ง

4. ครูแจกใบงาน “ใช่หรือไม่” ให้นักเรียนทำโดยใช้เวลาประมาณ 10 นาที หลังจากที่ครูสรุปคำตอบของใบงานนี้แล้ว ครูอาจชี้ให้นักเรียนเห็นถึงกระบวนการเรียนรู้ซึ่งมีลำดับการดำเนินการในกิจกรรมนี้ให้นักเรียนเห็นขั้นตอนที่ต้องใช้การสังเกต บันทึกข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ เพื่อให้นักเรียนนำไปใช้ฝึกฝนให้เป็นกิจนิสัยในการเรียนรู้สิ่งใด ๆ กระบวนการเรียนรู้ในลักษณะนี้จะทำให้นักเรียนได้ความรู้ที่มุ่งเน้นการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย

สำรวจรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



ใบกิจกรรม

สำรวจหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. สร้าง ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งให้มี $\overline{BC}$ เป็นฐาน $\overline{AD}$ เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุมยอด BAC ที่ลากจากจุด A พบฐาน BC ที่จุด D
2. วัดความยาวของ $\overline{BD}$ และความยาวของ $\overline{CD}$ แล้วสังเกตความยาวที่เกี่ยวข้องกัน
3. วัดขนาดของ $A\hat{D}B$ และ $A\hat{D}C$ แล้วสังเกตขนาดของมุมที่เกี่ยวข้องกัน
4. สร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC ที่มีขนาดของด้านและขนาดของมุมแตกต่างจากข้อ 1 อีก 3 รูป แต่ละรูปลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดมาพบกับฐานเช่นเดียวกับเงื่อนไขในข้อ 1
5. ดำเนินกิจกรรมดังข้อ 2 และข้อ 3 พร้อมจดบันทึกข้อมูลและความสัมพันธ์ที่ได้
6. นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าความยาวของ $\overline{BD}$ และความยาวของ $\overline{CD}$ ที่วัดได้ในแต่ละรูปสัมพันธ์กันอย่างไร
7. นักเรียนคิดว่าเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีความเกี่ยวข้องอย่างไรกับความยาวของฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จงเขียนข้อความคาดการณ์นั้น
8. นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าขนาดของ $A\hat{D}B$ และขนาดของ $A\hat{D}C$ ที่วัดได้แต่ละมุมเป็นเท่าใด
9. นอกจากที่คาดการณ์ไว้ในข้อ 7 นักเรียนคิดว่าเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีความเกี่ยวข้องกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วอย่างไรอีกบ้าง จงเขียนข้อความคาดการณ์นั้น
10. จงพิสูจน์ว่าข้อความคาดการณ์ในข้อ 7 และข้อ 9 เป็นจริง
11. จากกิจกรรมนี้ นักเรียนหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้อะไรบ้าง

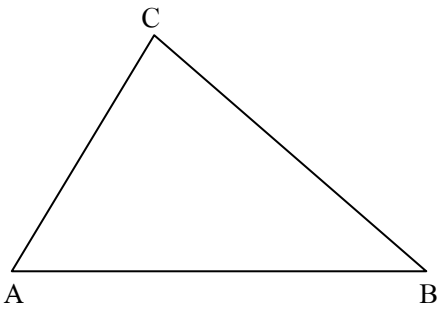
ใบงาน “ใช่หรือไม่”

กำหนดให้ ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมี $\overline{BC}$ เป็นฐาน $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุมยอด BAC และตัด $\overline{BC}$ ที่จุด D ต่อ $\overline{AD}$ ให้ $ED = AD$ แล้ว นักเรียนคิดว่า ΔACE เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด

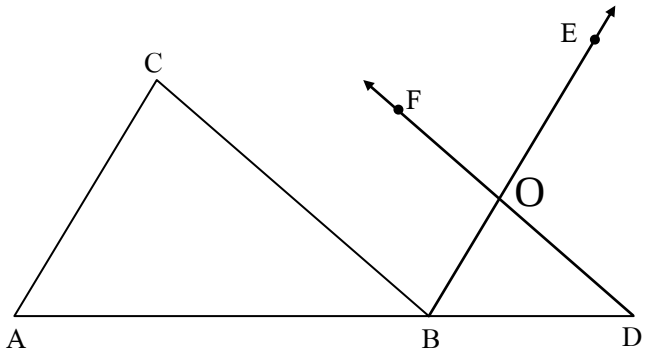
ใบกิจกรรมที่ 2

ให้ท่านพิจารณาการสร้างที่กำหนดให้ในข้อ 1 และข้อ 2 แล้วออกแบบกิจกรรมและสร้างคำถามที่ท่านคิดว่านักเรียนจะได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากการออกแบบกิจกรรมนี้

1. กำหนดให้ ΔABC ดังรูป



2. ต่อ $\overline{AB}$ ไปถึง D ให้ $\overline{BD}$ ยาวพอสมควร ลาก $\overrightarrow{BE} // \overline{AC}$ และลาก $\overrightarrow{DF} // \overline{BC}$ ให้ $\overline{BE}$ และ $\overline{DF}$ ตัดกันที่จุด O ดังรูป



.....

.....

.....

.....

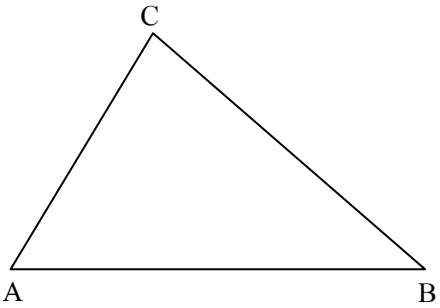
.....

ตัวอย่างกิจกรรมตามใบกิจกรรมที่ 2

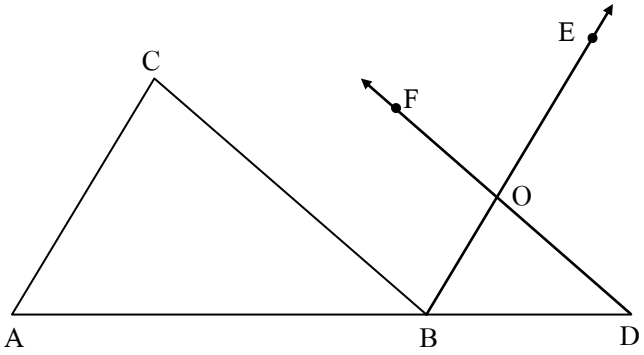
ถามอะไรได้บ้าง

ให้ท่านพิจารณาการสร้างที่กำหนดให้ในข้อ 1 และข้อ 2 แล้วออกแบบกิจกรรมและสร้างคำถามที่ท่านคิดว่านักเรียนจะได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากการออกแบบกิจกรรมนี้

1. กำหนดให้ ΔABC ดังรูป



2. ต่อ $\overline{AB}$ ไปถึง D ให้ $\overline{BD}$ ยาวพอสมควร ลาก $\overrightarrow{BE} // \overline{AC}$ และลาก $\overrightarrow{DF} // \overline{BC}$ ให้ $\overline{BE}$ และ $\overline{DF}$ ตัดกันที่จุด O ดังรูป



3. ให้นักเรียนสำรวจว่า ΔBOD เกี่ยวข้องกับ ΔACB อย่างไร
4. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมใด ๆ อีก 3 รูปที่แตกต่างกัน และในแต่ละรูปสร้างเส้นขนานดังการสร้างในข้อ 2 แล้วสำรวจดูว่า ΔBOD และ ΔACB ยังมีความสัมพันธ์กันตามที่นักเรียนสรุปในข้อ 3 อยู่หรือไม่
5. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลในข้อ 1 และข้อ 2 พิสูจน์ว่าความสัมพันธ์ที่นักเรียนสรุปได้ในข้อ 4 เป็นจริง

6. จากข้อ 2 ถ้านักเรียนลาก $\overline{BD}$ ให้ BD = $\frac{2}{3}$ ของ AB แล้ว $\frac{BO}{AC}$ เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด
7. จากข้อ 2 ถ้านักเรียนลาก $\overline{BD}$ ให้ BD = $\frac{1}{2}$ ของ AB แล้วความยาวรอบรูปของ Δ BDO เกี่ยวข้องกับความยาวรอบรูปของ Δ ABC อย่างไร เพราะเหตุใด
8. นักเรียนคิดว่ากิจกรรมนี้ทำให้นักเรียนได้ความรู้ในเรื่องใดบ้าง

ใบกิจกรรมที่ 3

เงื่อนไข 1

จงออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิต เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้นักเรียนสร้างข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวเอง ในกิจกรรมให้มีการสำรวจ สังเกต รวบรวมข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ พร้อมพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ดังกล่าว ภายใต้เนื้อหาเรื่องเส้นขนานและเงื่อนไขที่กำหนดให้มี**การแบ่งครึ่งมุมที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน** กลุ่มละ 1 กิจกรรม

เงื่อนไข 2

จงออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิต เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ภายใต้กรอบเนื้อหาเรขาคณิตในช่วงชั้นที่ 3 โดยกำหนดเนื้อหาและเงื่อนไขของปัญหาในกิจกรรมด้วย กลุ่มละ 1 กิจกรรม

เอกสารศึกษาประกอบการอบรมครูทางไกล

หลักสูตรที่ 3 เรื่อง การใช้ ICT ในการสอนเรื่องการสร้างพื้นฐาน

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้น ที่ 3

แนวคิดหลัก

จากการเปลี่ยนแปลงของการดำเนินชีวิตและสังคมของนักเรียนในปัจจุบัน ทำให้การใช้คอมพิวเตอร์เข้ามามีบทบาทในการเรียนการสอนมากขึ้น ผู้สอนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจึงต้องมีพัฒนาการให้ทันยุคทันสมัยสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงและความต้องการของสังคม การจัดให้ครูเรียนรู้การใช้งานโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นก้าวแรกของครูคณิตศาสตร์ที่จะได้ปรับเปลี่ยนแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ทันสมัยขึ้น ในสายตาของนักเรียน และเป็นโอกาสที่ครูและนักเรียนจะได้เรียนรู้ไปพร้อม ๆ กัน โดยครูเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์จากนักเรียน และนักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์จากคุณครู

วัตถุประสงค์ ผู้เข้ารับการอบรมจะได้

1. เรียนรู้การใช้งานโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
2. เรียนรู้แนวทางในการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้คอมพิวเตอร์ในเรื่องการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

ความรู้พื้นฐาน

ผู้เข้าอบรมควรมีความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน

การใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์เป็นภาระงานที่ครูต้องใช้เวลาเรียนรู้เพิ่มเติมมากขึ้น ทำให้สอนไม่ทันตามหลักสูตร

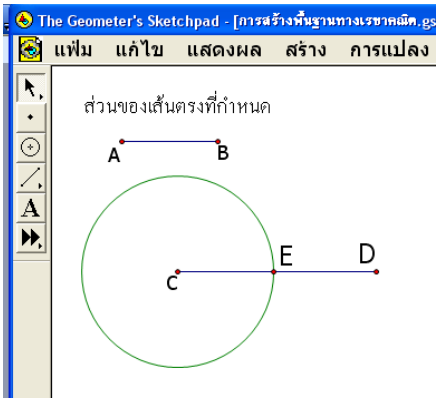
เอกสารเพิ่มเติม
การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

การสร้างรูปเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานของการศึกษาเรขาคณิตนั้น สามารถทำได้ด้วยวงเวียนและสันตรง การใช้ GSP ในการช่วยสอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตนี้ ครูสามารถตรวจสอบร่องรอยการสร้างของนักเรียนได้จากคำสั่งแสดงสิ่งที่ซ่อนไว้ทั้งหมด ในเมนูแสดงผล

การสร้างรูปเรขาคณิตต้องอาศัยความรู้เรื่องการสร้างพื้นฐาน 6 แบบ คือ

1. การสร้างส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้
2. การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้
3. การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้
4. การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้
5. การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้
6. การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้

การสร้างส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้



ให้ AB เป็นส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1. กำหนดจุดอิสระใด ๆ 1 จุด บริเวณที่ว่าง สมมติชื่อ จุด C
2. สร้างส่วนของเส้นตรง CDให้ยาวพอสมควร แต่ยาวกว่าส่วนของเส้นตรง AB เลือกจุดC และส่วนของเส้นตรง AB จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่ง วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมีจะได้วงกลมที่มี C เป็นจุดศูนย์กลางมีรัศมียาวเท่ากับส่วนของเส้นตรง AB
3. หาจุดตัดของวงกลมกับส่วนของเส้นตรง CD ที่จุด E

1. สร้างส่วนของเส้นตรง CE
2. ซ่อนวงกลมและส่วนของเส้นตรง CD

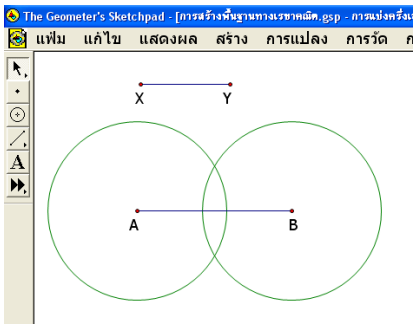
การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง ทำได้โดยการหาจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ AB เป็นส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

วิธีหาจุดกึ่งกลาง

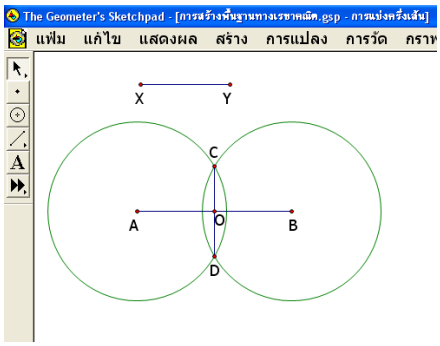
1. สร้างส่วนของเส้นตรง XY ให้ยาวพอสมควร (เพื่อกำหนดเป็นความยาวรัศมีของวงกลม)

2. สร้างวงกลมโดย



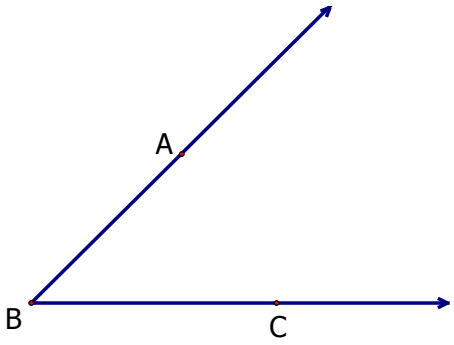
กำหนดให้ จุด A และจุด B เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เลือกส่วนของเส้นตรง XY เป็นรัศมี จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่ง วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี จะได้วงกลม A ตัดกับวงกลม B

3. ที่เมนูสร้าง เลือกคำสั่ง สร้างจุดตัดของวงกลมทั้ง 2 วง ให้ชื่อจุด C และจุด D
4. สร้างส่วนของเส้นตรง CD และสร้างจุดตัด ส่วนของเส้นตรง CD กับส่วนของเส้นตรง AB ตั้งชื่อเป็นจุด O
5. จะได้ O เป็นจุดแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง AB ที่กำหนด



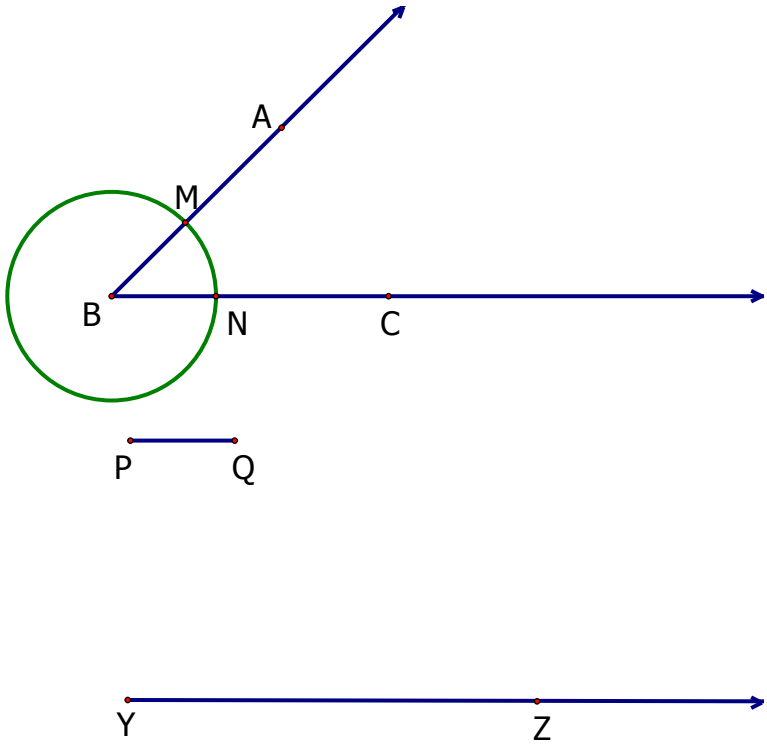
การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้

กำหนดมุม ABC ดังรูป



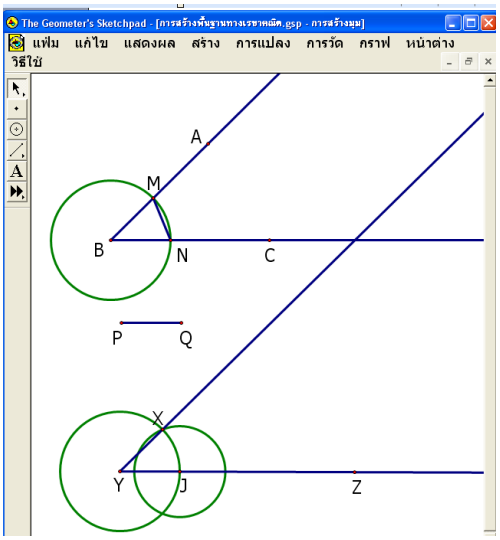
สร้างมุม XYZ ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุม ABC ทำได้ดังนี้

1. สร้างรังสี YZ เพื่อสร้างมุมและสร้างส่วนของเส้นตรง PQ เพื่อกำหนดเป็นรัศมีวงกลม
2. คลิกเลือกจุด B และส่วนของเส้นตรง PQ สร้างวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี จากเมนูสร้างหาจุดตัดของวงกลมกับรังสี BA และรังสี BC ตั้งชื่อจุด M และจุด N ตามลำดับ



3. ใช้ Y เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี PQ สร้างวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี ตัดรังสี YZ ที่จุด J

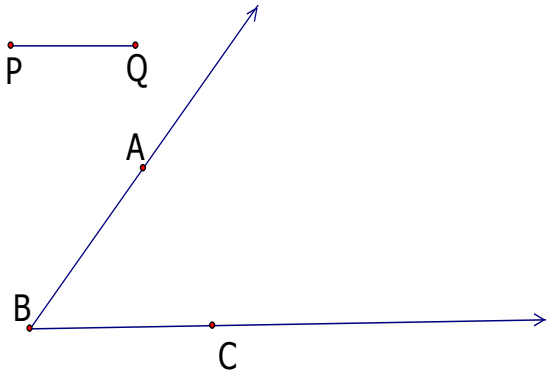
4. ใช้จุด J เป็นจุดศูนย์กลางและส่วนของเส้นตรง MN เป็นรัศมีวงกลม เขียนวงกลมตัดเส้นรอบ วงของวงกลม Y ที่จุด X ลากรังสี YX จะได้มุม XYZ ซึ่ง $\angle XYZ = \angle ABC$



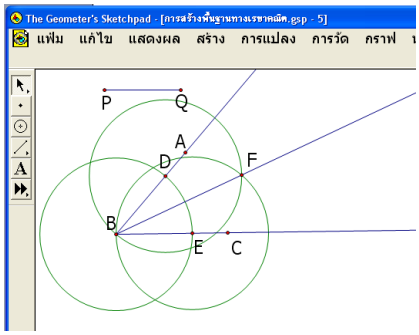
การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้

ให้มุม ABC เป็นมุมที่กำหนดให้

1. สร้างส่วนของเส้นตรง PQ เพื่อใช้เป็นรัศมีของวงกลม



2. เลือกจุด B เป็นจุดศูนย์กลาง และเลือกส่วนของเสนตรง PQ เป็นรัศมี จากเมนูสร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี จะได้วงกลมที่มี B เป็นจุดศูนย์กลาง

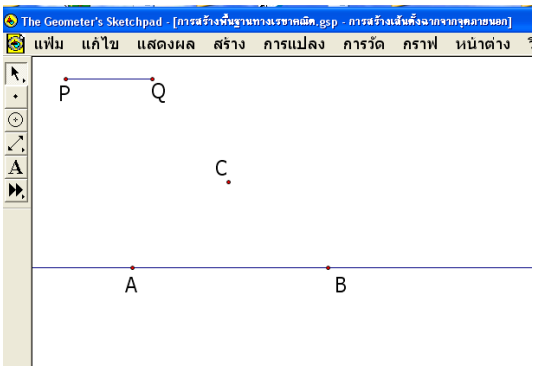


3. เลือกเส้นรอบวงของวงกลม B และรังสี BA และรังสี BC จากเมนูสร้าง สร้างจุดตัดของวงกลมกับรังสี ตั้งชื่อเป็นจุดD และ E ตามลำดับ

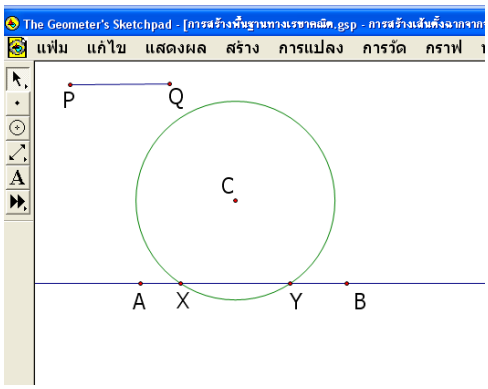
4. เลือกจุด E และจุด D เป็นจุดศูนย์กลาง ให้รัศมีเท่ากับส่วนของเส้นตรง PQ จากเมนูสร้าง สร้างวงกลม จะได้วงกลม 2 วงตัดกัน
5. จากเมนูสร้าง สร้างจุดตัดของวงกลม D และวงกลม E ที่จุด F จากนั้นสร้างรังสี BF
6. จะได้ มุม CBF เท่ากับ มุม FBA จากเมนูแสดงผล ซ่อนขั้นตอนการสร้าง

การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้

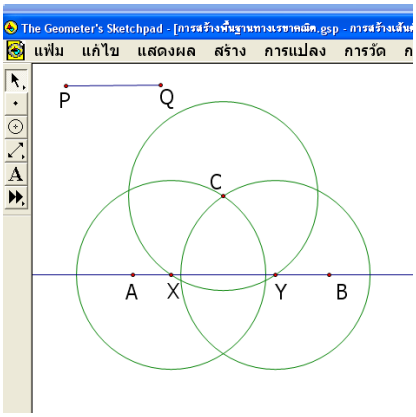
1. กำหนดเส้นตรง AB และสร้างจุดอิสระอีก 1 จุด สมมติชื่อจุด C อยู่ห่างจากเส้นตรง AB พอสมควร จะลากเส้นจากจุด C มาตั้งฉากกับเส้นตรง AB
2. สร้างส่วนของเส้นตรง PQ เพื่อกำหนดเป็นรัศมี



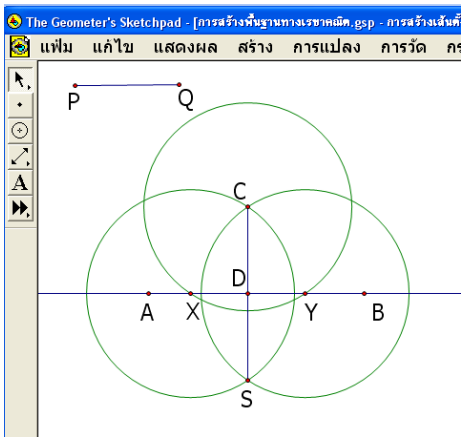
3. เลือกจุด C เป็นจุดศูนย์กลาง เลือกส่วนของเส้นตรง PQ เป็นรัศมี จาก**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**สร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางและรัศมี** จะได้วงกลม C ตัดกับเส้นตรง AB สร้างจุดตัดของวงกลม C กับเส้นตรง AB สมมติชื่อจุด X และจุด Y



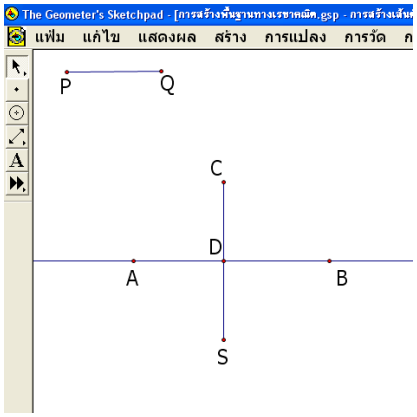
4. เลือก X และ Y เป็นจุดศูนย์กลาง
   เลือกส่วนของเส้นตรง PQ เป็นรัศมี
   จากเมนูสร้าง เลือกสร้างวงกลมจาก
   จุดศูนย์กลางและรัศมี จะได้วงกลม X
   และ Y ตัดกัน
   จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่งจุดตัด สมมติ
   ชื่อจุด C และจุด S



5. ลากส่วนของเส้นตรง CS ตัดส่วนของเส้นตรง AB สมมติชื่อจุด D
   จะได้ส่วนของเส้นตรง CD ตั้งฉากกับเส้นตรง AB ที่จุด D ตามต้องการ



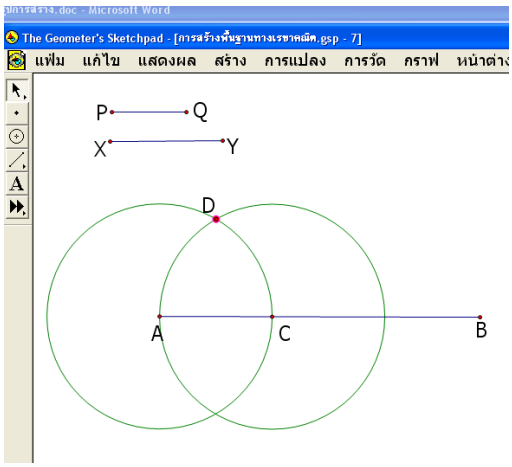
6. ซ่อนขั้นตอนการสร้าง



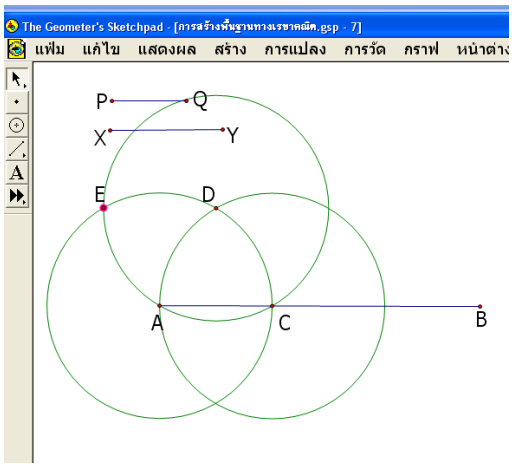
การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

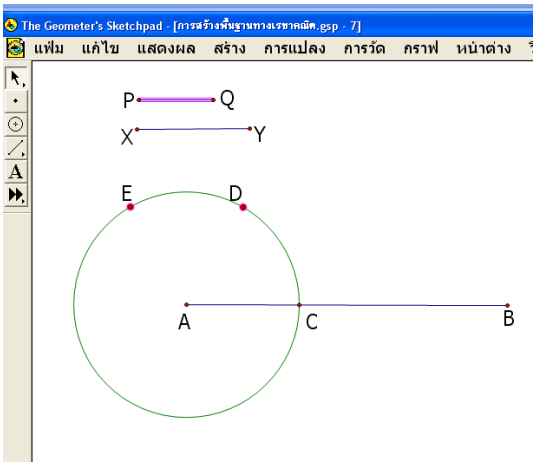
กำหนดส่วนของเส้นตรง PQ และส่วนของเส้นตรง XY เพื่อเป็นรัศมีของวงกลม

1. ส่วนของเส้นตรง AB เป็นส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ ต้องการสร้างเส้นตั้งฉากที่จุด A
2. เลือกจุด A เลือกส่วนของเส้นตรง XY
   จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่ง**วงกลมสร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี** ได้วงกลม 1 วง
3. สร้างจุดตัดของเส้นรอบวงกับส่วนของเส้นตรง AB ที่จุด C
4. เลือกจุด C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และเลือกรัศมียาวเท่ากับ PQ จาก**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี** ได้วงกลม C สร้างจุดตัดระหว่างวงกลม C และวงกลม A ที่จุด D



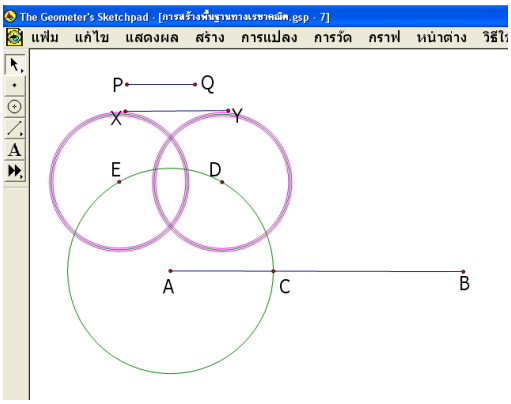
5. เลือกจุด D และส่วนของเส้นตรง XY ที่**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี** ได้จุดตัดระหว่างวงกลม D และวงกลม A ที่จุด E

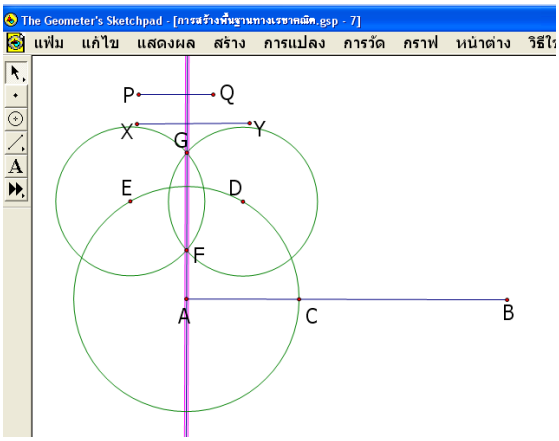


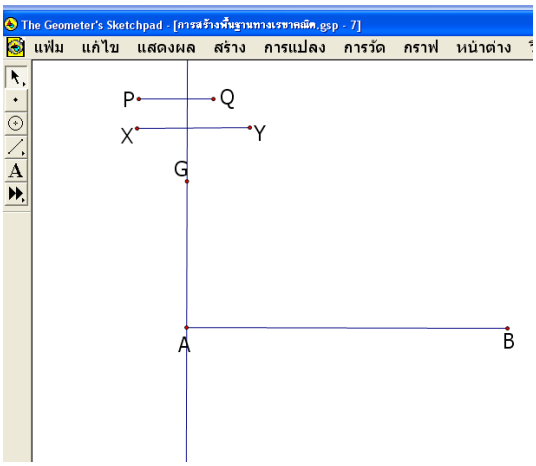


6. เพื่อป้องกันการสับสน ให้เลือกวงกลมCและวงกลมD แล้วไปที่เมนูแสดงผล เลือกคำสั่งซ่อนวงกลม จากนั้นให้จุด DและจุดE เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เลือกใช้ส่วนของเส้นตรงPQ เป็นรัศมี สร้างวงกลมสองวง

7. สร้างจุดตัดของเส้นรอบวงของวงกลม D และวงกลม E ที่จุด F และจุด G แล้วลากเส้นตรงผ่านจุด F และจุด G จะได้เส้นตรงที่ตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงAB และผ่านจุด A ตามต้องการ ซ่อนรูปที่เกิดจากขั้นตอนการสร้าง

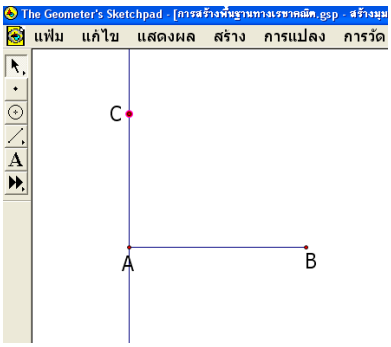




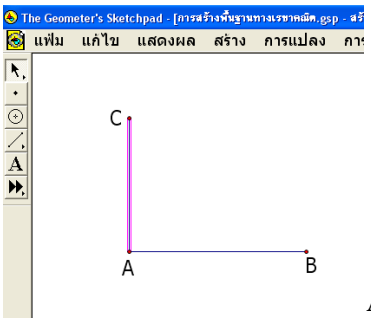


การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายโดยใช้คำสั่งจากเมนูสร้าง

การสร้างมุมที่มีขนาด 90°

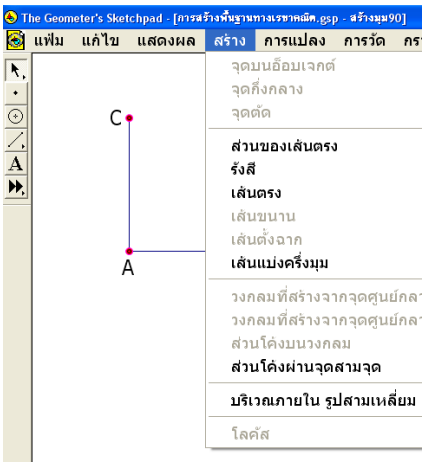


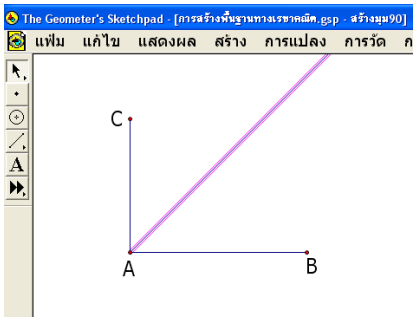
1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB
2. เลือกที่จุด A และส่วนของเส้นตรง AB
   สร้างเส้นตั้งฉาก จากเมนูสร้าง
   คำสั่งสร้างเส้นตั้งฉาก
3. สร้างจุดบนเส้นตั้งฉากที่สร้าง ตั้งชื่อจุด C
4. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด A และจุด C
5. ซ่อนส่วนที่ไม่ต้องการแสดง



AB

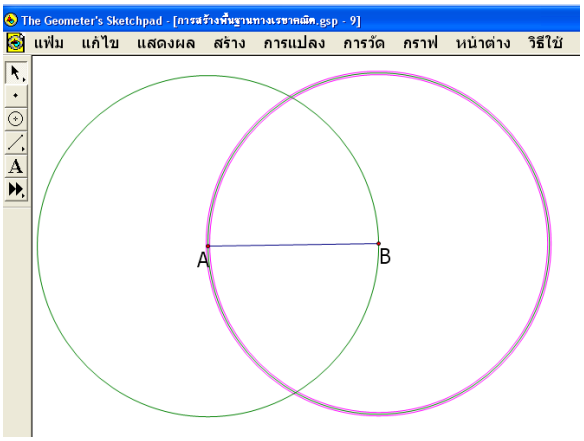
2. สร้างเส้นตั้งฉากที่จุด A โดยเลือกที่จุด A
   และส่วนของเส้นตรง AB
   เลือกเมนูสร้าง คำสั่งเส้นตั้งฉาก
3. สร้างจุดบนเส้นตั้งฉากที่ได้ ตั้งชื่อจุด C
4. เลือกที่จุด B, A และ C ตามลำดับ
   จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่งเส้นแบ่งครึ่งมุม

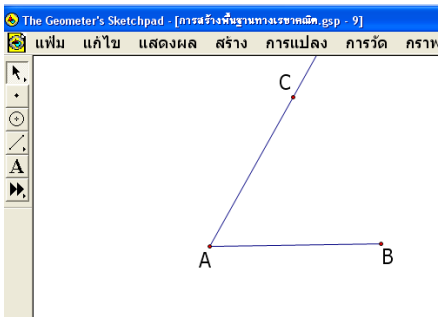




การสร้างมุมที่มีขนาด 60°

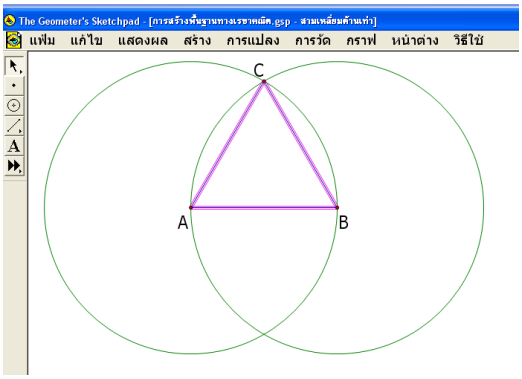
1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB
2. สร้างวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด A โดยเลือกที่จุด A และจุด B ตามลำดับ เลือกเมนูสร้าง คำสั่งสร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น
3. สร้างวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด B โดยเลือกที่จุด B และจุด A ตามลำดับ เลือกเมนูสร้าง คำสั่งสร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น
4. หาจุดตัดของวงกลมทั้งสองวง ตั้งชื่อจุดตัดเป็นจุด C
5. เลือกที่จุด A และ C สร้างรังสี จะได้มุม BAC ที่มีขนาดเท่ากับ 60°
6. ซ่อนส่วนที่ไม่ต้องการแสดง





การสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

การสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าโดยใช้คำสั่งจากเมนูสร้างมีขั้นตอนการสร้างดังนี้



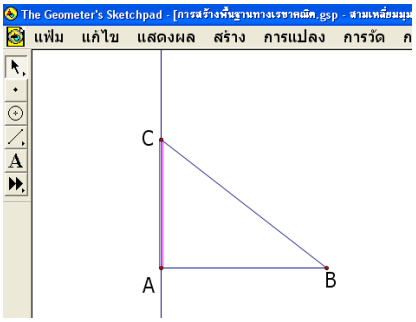
1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB
2. คลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรง AB จาก**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี**
3. จากนั้นคลิกเลือกจุด B และส่วนของเส้นตรง AB จาก**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี**
4. จะได้วงกลม 2 วง ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด A และจุด B
5. หาจุดตัดของวงกลม 2 วง โดยเลือกวงกลมทั้ง 2 วง จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่งจุดตัด ตั้งชื่อจุดตัดเป็นจุด C
6. ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมไปยังจุดตัด จะได้ดังภาพ

7. เลือกที่วงกลมและจุดเพื่อทำการซ่อน
   จากเมนูแสดงผล เลือกคำสั่งซ่อนวงกลม

ข้อแนะนำ	ทุก ๆ ครั้ง ของการเลือกเครื่องมือต่อไป ควรตรวจสอบว่ายังมีการเลือกอ็อบเจกต์ใด ๆ ค้างอยู่หรือไม่ก่อนเลือกเครื่องมือทุกครั้ง โดยเลือกไปที่เครื่องมือลูกศร หรือกดปุ่ม ESC ที่คีย์บอร์ด

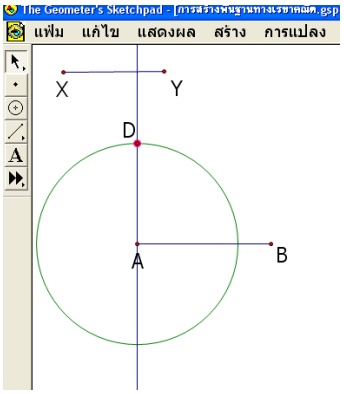
การสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB



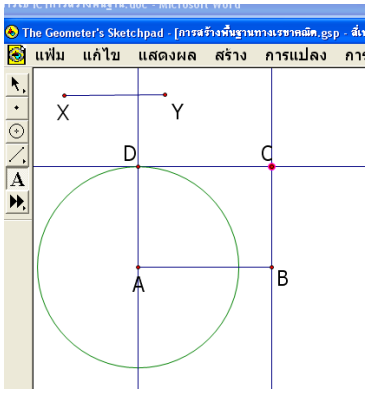
2. คลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรง AB ใช้คำสั่งสร้างเส้นตั้งฉาก จากเมนูสร้าง
3. สร้างจุดบนเส้นตั้งฉากที่ได้ ตั้งชื่อเป็นจุด C
4. เชื่อมส่วนของเส้นตรง AC และส่วนของเส้นตรง BC
5. ซ่อนส่วนที่ไม่ต้องการแสดง

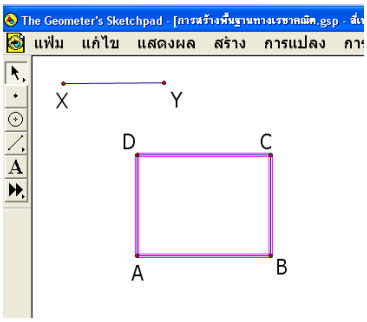
การสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB เป็นฐานของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และสร้างส่วนของเส้นตรง XY เพื่อกำหนดให้เป็นความยาวของความสูง
2. คลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรง AB ใช้คำสั่ง**เส้นตั้งฉาก** จาก**เมนูสร้าง**
3 คลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรง XY ที่**เมนูสร้าง**เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี**
4. สร้างจุดตัดของวงกลม A และเส้นตั้งฉาก กำหนดชื่อจุด D สร้างส่วนของเส้นตรง AD
5. ที่จุด D สร้างเส้นขนานกับส่วนของเส้นตรง AB โดยคลิกเลือกจุดD และส่วนของเส้นตรง AB ที่**เมนูสร้าง**เลือกคำสั่ง**เส้นขนาน**

6. ที่จุด B สร้างเส้นตั้งฉากกับ AB หรือสร้างเส้นขนานกับส่วนของเส้นตรง AD สร้างจุดตัดระหว่างเส้นทั้งสองให้ชื่อจุด C สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อม BC และ CD
7. ซ่อนส่วนที่ไม่ต้องการแสดง

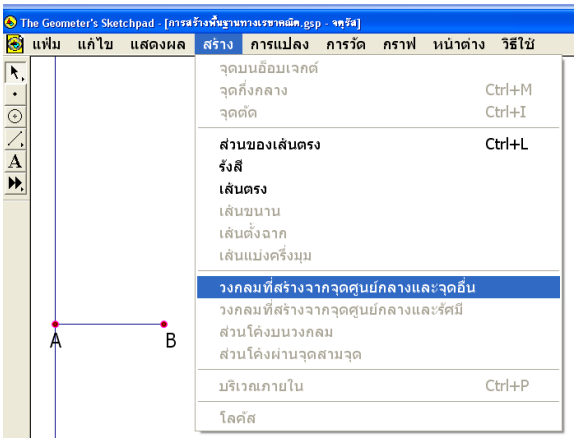


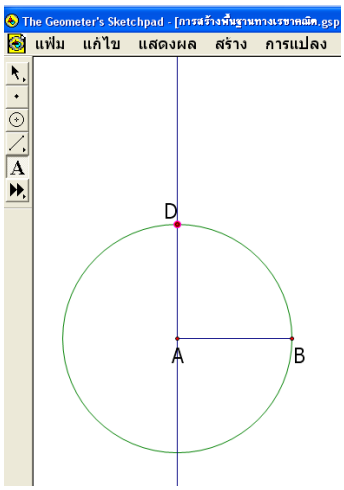


การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

การสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้คำสั่งจากเมนูสร้างมีขั้นตอนการสร้างวิธีหนึ่งดังนี้

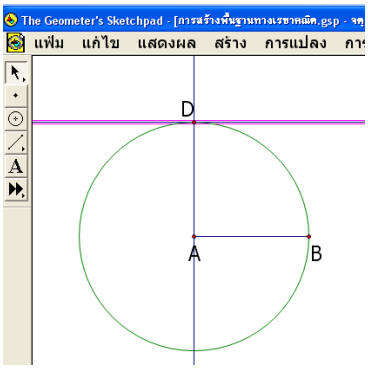
1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB
2. สร้างเส้นตั้งฉากที่จุด A โดยคลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรงAB ที่**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**เส้นตั้งฉาก**
3. คลิกเลือกจุด A และจุด B จากเมนูสร้าง เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น**

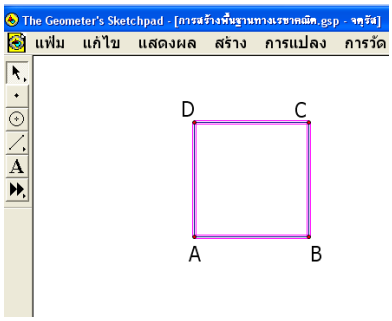




4. หาจุดตัดของวงกลมกับเส้นตั้งฉากที่สร้างขึ้นโดยคลิกเลือกเส้นตั้งฉากและเส้นรอบวงที่**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**จุดตัด** กำหนดชื่อเป็นจุด D

5. ที่จุดD สร้างเส้นตั้งฉากกับAD หรือเส้นขนานกับ AB
6. ที่จุด B สร้างเส้นตั้งฉากกับเส้นขนานที่สร้างใหม่ หรือสร้างเส้นตั้งฉากกับ AB แล้วสร้างจุดตัดของเส้นที่ได้ใหม่ทั้งสอง กำหนดชื่อจุด C



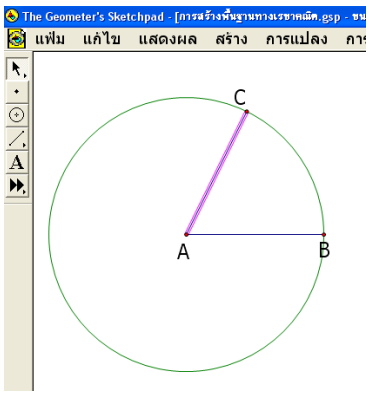


7. ซ่อนส่วนที่ไม่ต้องการ แล้วสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดยอดมุมของรูปจัตุรัสที่ได้

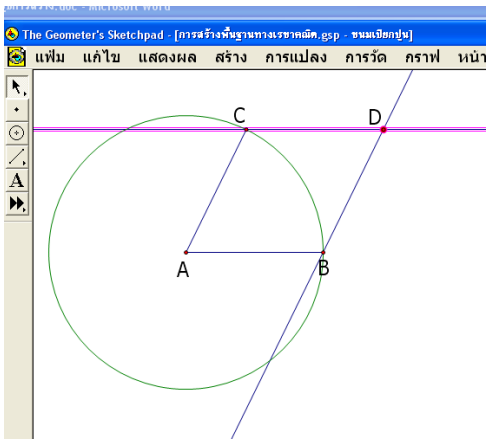
การสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ที่สามารถปรับเปลี่ยนขนาดของด้านและมุมได้

การสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนโดยใช้คำสั่งจากเมนูสร้างมีขั้นตอนการสร้างวิธีหนึ่งดังนี้

1. สร้างส่วนของเส้นตรง AB
2. คลิกเลือกจุด A และส่วนของเส้นตรง AB ที่**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี**
3. คลิกเลือกเส้นรอบวง ที่**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**จุดบนวงกลม** จะได้จุดๆหนึ่ง ที่สามารถวิ่งบนเส้นรอบวงได้ ตั้งชื่อเป็นจุด C
4. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด A และจุด C



5. สร้างเส้นตรงผ่านจุด C และให้ขนานกับส่วนของเส้นตรง AB โดยคลิกเลือกจุด C และส่วนของเส้นตรง AB ที่**เมนูสร้าง** เลือกคำสั่ง**เส้นขนาน**
6. สร้างเส้นขนานกับส่วนของเส้นตรง AC ผ่านจุด B หาจุดตัดของเส้นที่เกิดขึ้นทั้งสอง กำหนดชื่อจุด D



7. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งหมด ซ่อนอ็อบเจกต์ที่ไม่ต้องการ จะได้รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่สามารถปรับเปลี่ยนขนาดของด้านและมุมได้

การระบายสี

การระบายสีบริเวณภายในรูปเหลี่ยมต่าง ๆ ที่เกิดจากการสร้างสามารถทำได้ดังนี้

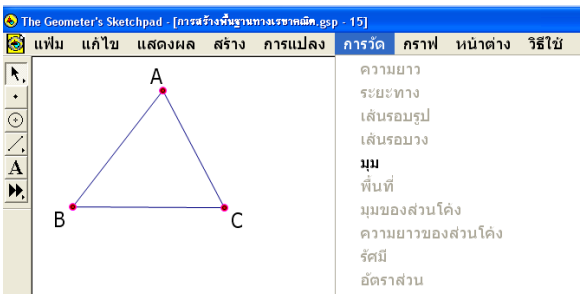
1. สร้างรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ขึ้นมา 1 รูป ให้ชื่อเป็นสี่เหลี่ยม ABCD
2. คลิกเลือกจุดยอดมุม A, B, C และ D ตามลำดับ (เลือกเรียงเป็นวงจะวนซ้ายหรือขวาก็ได้)

   ที่เมนูสร้าง เลือกคำสั่ง**บริเวณภายในรูปสี่เหลี่ยม** จะได้สีบริเวณภายในรูปตามต้องการสามารถเปลี่ยนสีได้ที่**เมนูแสดงผล**คำสั่ง**สี**

การวัดขนาดของมุม และวัดความยาวของด้าน

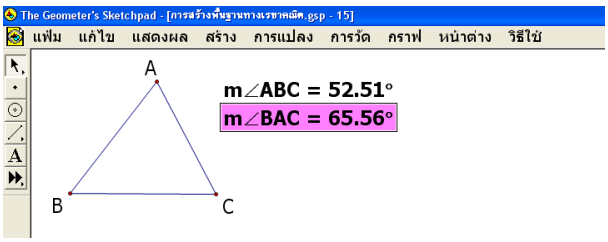
การวัดขนาดของมุมต่าง ๆ สามารถทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. สร้างรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ขึ้นมาหนึ่งรูป ชื่อสามเหลี่ยม ABC

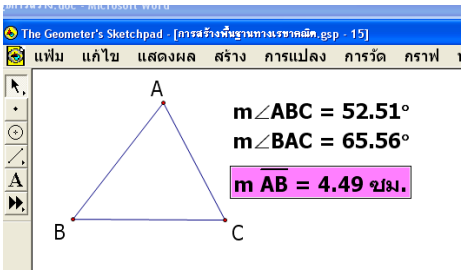
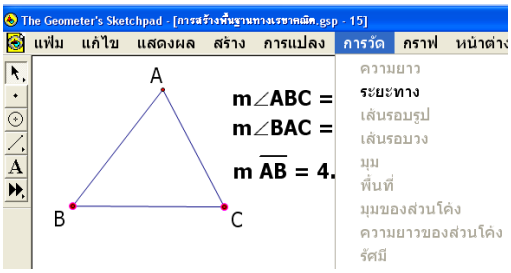


2. ต้องการวัดขนาดของมุม B ให้คลิกเลือกจุด A, B และ C ตามลำดับ การเรียกชื่อมุมที่**เมนูการวัด** เลือกคำสั่ง**มุม** ถ้าต้องการวัดขนาดของมุม A ให้คลิกเลือกจุด B, A และ C ตามลำดับการเรียกชื่อมุม ที่**เมนูการวัด** เลือกคำสั่ง**มุม** เช่นกัน

3. จะได้ขนาดของมุมที่ต้องการวัดดังภาพ



4. ต้องการวัดความยาวด้าน AB ให้คลิก เลือกด้าน AB จากนั้นที่**เมนูการวัด** เลือกคำสั่ง **ความยาว**



5. ถ้าต้องการวัดระยะจากจุด B ถึงจุด C ทำได้โดยคลิกเลือกจุด B และจุด C ไปที่เมนูการวัดเลือกคำสั่งระยะทาง